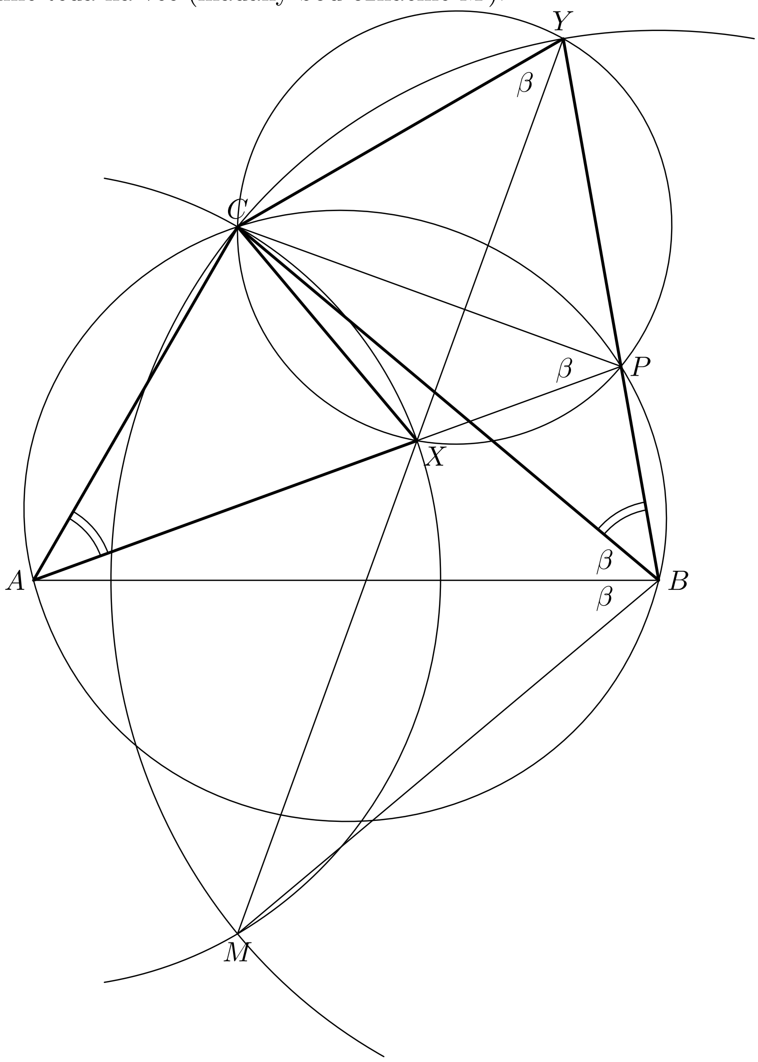
Čaute. Riešení ako túto úlohu vyriešiť je hneď niekoľko. Jedno z najkratších je dokonca takmer jednoriadkové. Poďme teda na vec (hľadaný bod označme M):



Prvé riešenie je vskutku orginálne. Franta ďakujeme. Predpokladajme, že $M \in l(A, |AC|) \cap h(B, |BC|)$. A teraz už spomínané jednoriadkové riešenie, hádam len s dodatkom, že využijeme len obvodové a stredové uhly.

$$|\sphericalangle XMC| = \frac{1}{2}|\sphericalangle XAC| = \frac{1}{2}|\sphericalangle PAC| = \frac{1}{2}|\sphericalangle PBC| = \frac{1}{2}|YBC| = |\sphericalangle YMC|.$$

Jasné? Mne až tak nie, ale keď sa zamyslíme, tak z prvého a posledného uhla plynie, že M, X, Y ležia na jednej priamke pre ľubovoľné body X, Y, a kedže M je prienik tých krúžnic, teda je pevný, tak je to ten bod.

Druhé riešenie: Všimneme si, že $|\sphericalangle CAX|$ a $|\sphericalangle CBY|$ sú zhodné (obvodový uhol), a kedže tie trojuholníky sú rovnoramenné, tak sú podobné.

Potom $|\sphericalangle PXC| = 180° - |\sphericalangle AXC|$, no z podobnosti $\triangle CAX$ a $\triangle CBY$ máme $|\sphericalangle AXC| = |\sphericalangle PYC|$, a teda $|\sphericalangle PXC| + |\sphericalangle PYC| = 180°$ a teda štvoruholnik $CXPY$ je tetivový.

Potom dostávame $\beta = |\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle APC|$ ($ABCP$ je tetivový) $= |\sphericalangle XPC|$ (len sme premenovali) $= |\sphericalangle XYC|$.

Teraz vezmime bod M ako druhý priesečník priamky XY a kružnice so stredom v B a polomerom $a = BC$. (Prvý priesečník je bod Y.)

Máme veľkosť $|\sphericalangle MYC| = |\sphericalangle XYC| = \beta$, je to obvodový uhol, preto stredový uhol MBC je 2β. (pozri obrázok).

No a preto je $\triangle ABM$ zhodný s $\triangle ABC$ (stranu AB majú spoločnú, $BM = BC = a$ (bod M leží na krúžnici so stredom v B a polomerom a) a $|\sphericalangle ABM| = |\sphericalangle ABC| - \beta$).

Takže pri ľubovoľnej polohe bodu P prechádza priamka XY bodom, ktorý dostaneme ako zrkadlový obraz bodu C v osovej súmernosti podľa priamky AB.

Tretie riešenie:

1. $\underline{|\sphericalangle CBP| = |\sphericalangle CAP| = \alpha_1}$ pohľad z bodov $A, B \in k$ na $CP \in k$.
2. $\triangle ACX$ je rovnoramenný, lebo $|AC| = |AX|$. Teda $\underline{|\sphericalangle AXC| = |\sphericalangle XCA| = \frac{180-\alpha_1}{2}}$.
3. rovnako $\triangle BCY$ je rovnoramenný, lebo $|BC| = |BY|$. Teda $\underline{|\sphericalangle BYC| = |\sphericalangle BCY| = \frac{180-\alpha_1}{2}}$.
4. $\underline{|\sphericalangle YCX| = \gamma}$, lebo $\gamma = |\sphericalangle ACX| + |\sphericalangle XCB| = \frac{180-\alpha_1}{2} + |\sphericalangle XCB|$, takže ak $|\sphericalangle YCX| = |\sphericalangle YCB| + |\sphericalangle XCB| = \frac{180-\alpha_1}{2} + |\sphericalangle XCB|$ tak sa rovná γ.
5. $\underline{|\sphericalangle CYX| = \beta}$, lebo $\triangle CYB \sim \triangle CBA$ (uu β, γ).

No a tu úloha končí;). Záverom už len dotiahnime: Z ľubovoľného bodu Y sa na CM pozeráme pod uhlom β. Teda pre ľubovoľné dva body Y_1 a Y_2 vieme, že body Y_1, Y_1, C, M ležia na jednej kružnici. Aká je to kružnica? No predsa kružnica $h(B, |BC|)$. Keďže jej stred je B, tak stredový uhol k $\sphericalangle CYM$ je $|\sphericalangle CBM| = 2 \cdot \beta$, a teda $|\sphericalangle ABM| = \beta$. No o M teda vieme, že $M \in K$ a $|\sphericalangle ABM| = \beta$, a teda už jasné $M \in l(A, |AC|) \cap h(B, |BC|)$.