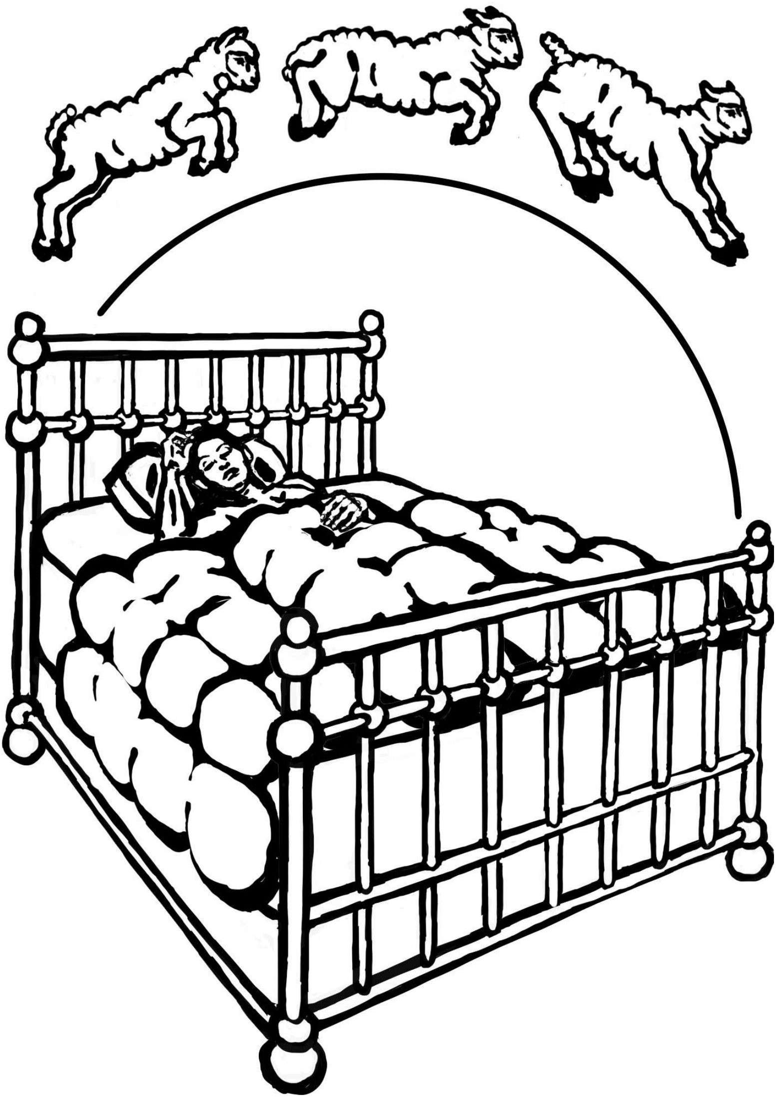
MALYNÁR

Číslo 5 — Ročník 34 malynar.strom.sk



Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALYNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALYNÁRa

Ako bude

Mamut

Aj v roku 2025 budeme organizovať tímovú súťaž Mamut, ktorá je určená pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl a primánov osemročných gymnázií. Bude sa konať 30. mája 2025 v priestoroch Základnej školy Mateja Lechkého v Košiciach a v priestoroch Gymnázia Kukučínova v Poprade. Úlohou päťčlenných družstiev je vypočítať za dve hodiny čo najviac zaujímavých matematických úloh. Tých najlepších neminie odmena vo forme poukážok do kníhkupectva a pozvánok na sústredenie Malynára.

Ak si chceš spolu so svojimi kamarátmi zasúťažiť, popros svoju pani učiteľku, aby vás prihlásila, a my sa na vašu účasť budeme tešiť.

Viac informácií nájdeš na stránke `https://malynar.strom.sk/sk/mamut/`, kde okrem prihlasovacieho formulára nájdeš aj pozvánku so všetkými potrebnými podrobnosťami.

PriMaT

Aj tento rok sa opäť uskutoční PriMaT, a to v termíne od 7. júla do 11. júla 2025. Spolu so svojimi kamarátmi na ňom zažiješ množstvo súťaží i zaujímavých hier. Nebudú chýbať športy, výlety, zážitky, tvorivé aktivity a čas si nájdeme aj na trochu matematiky.

Aktuálnu prihlášku, informácie o priebehu aj organizácií môžete nájsť tu:

`https://malynar.strom.sk/dennytabor/`.

Tábor mladých matematikov

Drahý riešiteľ, ak si šiestak a premýšľaš, čo s časom počas letných prázdnin, máme pre teba dobré správy! Už vieme, kedy a kde sa bude konať TMM, teda Tábor mladých matematikov! V kalendári si rezervuj 20. až 27. júla 2025, pretože práve vtedy sa ocitneme na Chate Hámor pri Kokave nad Rimavicou na najúžasnejšej akcii roka. Pozvánku s odkazom na prihlasovanie nájdeš na stránke.

Nevieš, čo je TMM? Tábor mladých matematikov je ako sústredenie, avšak je dlhšie, takže o toľko lepšie! Viac informácií a aj samotnú pozvánku a prihlasovanie nájdeš na `https://malynar.strom.sk/tmm/`.

Máš Problém?!

Populárna online súťaž Máš problém?! sa tentokrát uskutoční v piatok 23. mája 2024. Súťaž je určená primárne pre žiakov 4. až 9. ročníka ZŠ a príslušných ročníkov OG, no zapojiť sa môžu i šikovní mladší žiaci.

Pre súťažiacich sme si už tradične pripravili sadu zaujímavých matematických problémov a úloh, na riešenie ktorých majú 60 minút. Ak sa plánujete registrovať, nezabudnite následne potvrdiť vašu registráciu v e-maili, ktorý Vám bude zaslaný do Vami uvedenej schránky.

Registráciu a viac informácií o samotnej súťaži môžete nájsť tu
`https://masproblem.strom.sk/`

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali: **Naty Tkáčová** a **Taly Poliačiková**

najkrajšie riešenia: Lívia Kropuchová a Filip Saxa

43 riešení

Zadanie

Ovečky boli na turnaji, kde hrali niekoľko zápasov. Každý zápas hrali dve ovečky, z ktorých jedna vyhrala a druhá prehrala. Každá ovečka, ktorá dvakrát prehrala, bola z turnaja vyradená. Po 45. zápase zvýšila už len jediná ovečka, ktorá sa teda stala víťazkou. Zistite, či mohla víťazná ovečka prejsť celým turnajom bez prehry a určte, koľko bolo ovečiek v turnaji. Svoju odpoveď zdôvodnite.

Riešenie

Na začiatok je dôležité si uvedomiť, že každý zápas dvoch ovečiek mal svojho víťaza aj porazeného. Keďže zápasov ovečiek bolo 45, aj všetkých prehier muselo byť dokopy 45. Na to, aby bola ovečka vyradená, musí dvakrát prehrať. Počet zápasov - 45 však nie je deliteľný dvoma, a teda okrem ovečiek, ktoré boli z turnaja vyradené, musela raz prehrať aj nejaká ovečka, ktorá z turnaja vyradená nebola - naša víťazná ovečka. Teraz môžeme od počtu všetkých zápasov odpočítať jeden, a to ten, v ktorom víťazná ovečka prehrala. Dostaneme 44 zápasov, a keďže vieme, že všetky ovečky, ktoré v nich hrali, určite dvakrát prehrali, môžeme 44 vydeliť číslom 2 a dostaneme zvyšný počet ovečiek, $44 : 2 = 22$. Nesmieme zabudnúť na víťaznú ovečku, a teda turnaj hralo dokopy 23 ovečiek. Zároveň víťazná ovečka určite musela jedenkrát prehrať.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo dopracovať sa k správnemu výsledku a najviac chybičiek bolo len v odôvodnení riešenia. Mnohí ste sa úlohu snažili riešiť trochu konkrétnejšie (napríklad vypísaním konkrétnej kombinácie zápasov), z čoho však jasne nevyplýva, že to bude platiť v každom prípade. Na úlohu ste sa mohli pozrieť všeobecne, teda bez ohľadu na to, ktorá ovečka odohrá koľko zápasov a s kým. Viacerí ste taktiež úlohu riešili tak, že ste rovno dokazovali, prečo musí byť ovečiek 23, ale v tejto úlohe by bolo dobré vysvetliť aj to, ako ste sa k tomuto počtu dostali.

2

opravovali: **Katka Farbulová** a **Mišo Vodička**
najkrajšie riešenie: Karin Beneš

47 riešení

Zadanie

Kravičky sú poctivé a vždy hovoria len pravdu, avšak mačičky sú prefíkané, a tak vždy klamú. Vieme, že všetkých spolu je dokopy 10 a že sedia v kruhu tak, že každé zvieratko vidí 9 ďalších. Päť z nich vyhlási:

- „Vidím práve jednu mačičku.“
- „Vidím práve päť kravičiek.“
- „Vidím dvakrát toľko mačičiek ako kravičiek.“
- „Vidím práve sedem mačičiek.“
- „Vidím práve deväť kravičiek.“

Päť zvieratiek, ktoré mlčia, je rovnakého druhu. Päť zvieratiek, ktoré hovoria, nie je rovnakého druhu. Určte, koľko kravičiek je v kruhu a vysvetlite prečo to nemôže byť iný počet.

Riešenie

Povedzme, že päť zvieratiek, ktoré mlčia, sú mačičky. Potom zjavne prvé tvrdenie nie je pravda, lebo tam je aspoň 5 mačičiek, teda nemôže vidieť práve jednu. Rovnako aj piate tvrdenie je lož, lebo keďže tam je aspoň 5 mačičiek, nemôže tam byť práve 9 kravičiek. Tak isto aj druhé tvrdenie je klamstvo, lebo spomedzi 9 zvieratiek, ktoré vidí, je aspoň 5 mačičiek, teda nemôže vidieť práve 5 kravičiek.

Tieto tri tvrdenia povedali mačičky, keďže nie sú pravdivé. Takže tam máme aspoň $5 + 3 = 8$ mačičiek. Preto aj štvrté tvrdenie je lož, lebo tu nie je práve 7 mačičiek. Aj tento výrok povedala mačička.

Tretie tvrdenie musela povedať kravička, lebo inak päť zvieratiek, ktoré hovoria, budú mačičky, čo je v spore zo zadaním, lebo musia byť odlišného druhu. To by znamenalo, že tu je 9 mačičiek a 1 kravička. Potom ale aj toto tretie tvrdenie nebude pravda, lebo $1 \cdot 2 \neq 9$.

Takto to nevychádza, preto päť mlčiacich zvieratiek sú kravičky.

Potom štvrté tvrdenie povedala mačička, lebo keďže tam je päť kravičiek, tak sa tam ďalších sedem mačičiek nezmestí. Rovnako tretie tvrdenie povedala mačička, lebo keďže tam je aspoň 5 kravičiek, tak mačičiek by muselo byť aspoň dvakrát toľko, čo je 10 a to už nevychádza.

Už tam máme aspoň dve mačičky. Preto prvý výrok je nepravdivý. Rovnako piaty výrok je nepravdivý, lebo spomedzi 9 zvieratiek, ktoré vidí, sú aspoň dve mačičky, takže nemôže vidieť 9 kravičiek.

Druhé tvrdenie musela povedať kravička, lebo inak by všetky hovoriace zvieratká boli mačičky, čo je nevyhovujúce zadaniu. To vyhovuje, lebo by skutočne videla práve päť kravičiek, ktoré mlčia. Mali by sme 6 kravičiek a 4 mačičky, ktoré by skutočne klamali. Boli by splnené aj podmienky zadania, lebo päť hovoriacich zvieratiek je rôzneho druhu (jedna kravička a štyri mačičky) a päť mlčiacich je rovnakého druhu (kravičky).

V kruhu je šesť kravičiek a štyri mačičky.

Komentár

Takmer všetkým sa vám podarilo dopracovať k správnemu výsledku, čo nás veľmi teší. Ak ste stratili nejaké body, väčšinou to bolo za nedostatočný dôkaz. Pri úlohách ako táto je veľmi dôležité poriadne vysvetliť, prečo jediná možnosť je skutočne jediná. Niekedy to vyzerá, že je niečo samozrejmé, no vždy pomôže, ak to pre istotu napíšete, aby sme videli, že tomu naozaj rozumiete. Niektorí ste stratili body aj za to, že ste vaše riešenie ukončili hneď, ako ste našli jeden výsledok. V tejto úlohe bolo iba jedno riešenie, no pri úlohách ako táto musíte dávať pozor na to, aby ste skúsili nájsť všetky, inak môžete stratiť body. Niektorí z vás tiež skúšali úplne všetky možnosti, čo nemusí byť zlá technika, no ak nemáte správnu stratégiu na vypisovanie, veľmi jednoducho viete prehliadnuť nejaké možnosti.

3

opravovali: **Martinka Osuská** a **Bianka Gurská**
najkrajšie riešenie: Pavol Murín

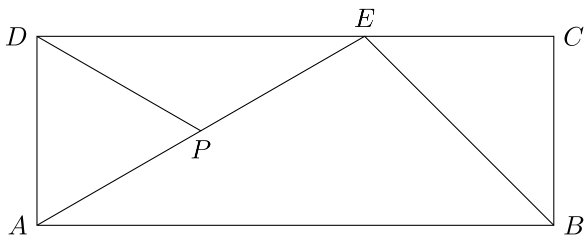
45 riešení

Zadanie

V súhvezdí tvaru obdĺžnika $ABCD$ so stranou AD dĺžky 5 leží bod P tak, že trojuholník APD je rovnostranný. Keď si predĺžime úsečku AP, tak pretne stranu CD v bode E, pričom úsečka CE meria 5. Určte, aká dlhá je úsečka AE a aká je veľkosť uhla AEB.

Táto úloha využíva znalosti z edukačného okienka, ktoré ste mohli nájsť na konci predchádzajúceho vydania Malynára.

Riešenie



Najprv si vypočítame dĺžku úsečky AE, a to ako súčet dĺžok úsečiek AP a PE, ktoré ju tvoria.

Zo zadania vieme, že trojuholník APD je rovnostranný, a keďže $|AD| = 5$, tak aj jeho zvyšné strany, AP a PD, majú dĺžku 5.

Ďalej v rovnostrannom trojuholníku platí, že jeho vnútorné uhly majú rovnakú veľkosť, ktorú si vieme určiť ako súčet vnútorných uhlov v trojuholníku, 180°, vydelený počtom uhlov, teda $180° : 3 = 60°$.

Teraz zistime veľkosť uhla DPE. Už vieme, že uhol APD má veľkosť 60°. Všimnime si, že uhol APE je priamy, teda má 180°. Takže:

$$|\sphericalangle DPE| = |\sphericalangle APE| - |\sphericalangle APD|$$

$$|\sphericalangle DPE| = 180° - 60°$$

$$|\sphericalangle DPE| = 120°$$

Ďalej zistime veľkosť uhla PDE. Môžeme využiť vedomosť, že všetky uhly v obdĺžniku sú pravé, teda aj uhol ADC.

$$|\sphericalangle PDE| = |\sphericalangle ADC| - |\sphericalangle ADP|$$

$$|\sphericalangle PDE| = 90° - 60°$$

$$|\sphericalangle PDE| = 30°$$

Takto už v trojuholníku PED poznáme dva uhly, takže si vieme dopočítať aj tretí, keďže ich súčet musí byť vždy 180°.

$$|\sphericalangle PED| = 180^\circ - |\sphericalangle DPE| - |\sphericalangle PDE|$$

$$|\sphericalangle PED| = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ$$

$$|\sphericalangle PED| = 30^\circ$$

To znamená, že dva uhly v trojuholníku PED sú rovnako veľké, $|\sphericalangle PED| = |\sphericalangle EDP| = 30^\circ$, teda tento trojuholník je rovnoramenný, s ramenami PE a PD. Keďže už vieme, že $|PD| = 5$, tak aj $|PE| = 5$.

Teraz už poznáme dĺžku oboch úsečiek, ktoré tvoria hľadanú úsečku AE, takže jej veľkosť vieme jednoducho dopočítať:

$$|AE| = |AP| + |PE|$$

$$|AE| = 5 + 5$$

$$|AE| = 10$$

Teraz si vypočítame veľkosť uhla AEB. Všimnime si, že uhol DEC je priamy, a teda má veľkosť 180°.

Ďalej použijeme uhol PED, o ktorom sme už vyššie vypočítali, že má veľkosť 30°.

Pozrime sa na trojuholník BCE, ktorý je pravouhlý, nakoľko jeden z jeho uhlov je aj uhlom obdĺžnika $ABCD$ a tie sú vždy pravé.

Zo zadania vieme, že $|EC| = 5$ a rovnako aj $|CB| = 5$ (pretože protiľahlé strany v obdĺžniku sú rovnako dlhé). To znamená, že trojuholník BCE je aj rovnoramenný, a teda veľkosti uhlov EBC a CEB budú rovnaké.

Keďže súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180° a vieme, že veľkosť uhla BCE je 90°, zvyšné dva uhly, EBC a CEB, vieme vypočítať ako: $(180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$.

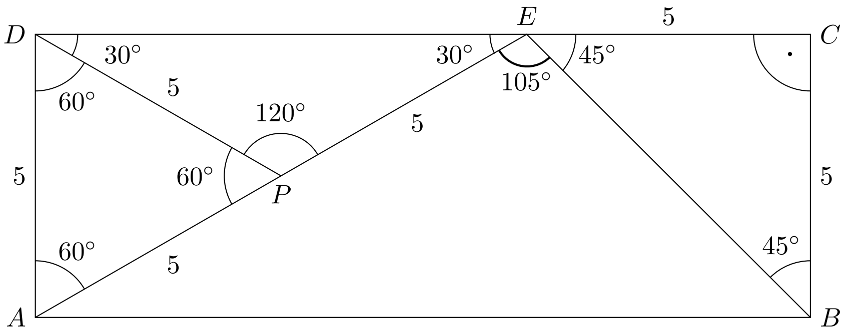
Takže teraz, keď už poznáme veľkosti uhlov PED a CEB, vieme vypočítať veľkosť uhla AEB tak, že uhly PED a CEB odčítame od priameho uhla DEC:

$$|\sphericalangle AEB| = |\sphericalangle DEC| - |\sphericalangle PED| - |\sphericalangle CEB|$$

$$|\sphericalangle AEB| = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ$$

$$|\sphericalangle AEB| = 105^\circ$$

Vypočítali sme, čo sme chceli – $|AE| = 10$ a $|\sphericalangle AEB| = 105^\circ$.



4

opravovali: **Benji Mravec** a **Mišo Ferdinandy**

najkrajšie riešenie: Oleg Boyko

41 riešení

Zadanie

Martin a Štyri hrajú hru, v ktorej sa striedajú v ťahoch počnúc Martinom. Vytvoria kruh so 123 ďalšími vedúcimi a v každom ťahu musí hráč poslať von z kruhu práve jedného zo svojich susedov vľavo alebo vpravo. Vyhrá ten, kto pošle toho druhého von z kruhu. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia a aká? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého, keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Riešenie

Na začiatku je ostatných vedúcich 123, čo je nepárny počet. To znamená, že medzi Martinom a Štyrim bude z jednej strany párny počet vedúcich a z druhej strany nepárny počet vedúcich, keďže nepárny počet vieme dostať iba ako súčet nejakého iného párneho a iného nepárneho počtu.

Teraz ukážeme, že výhernú stratégiu má Martin. Pozrime sa teda na Martinov prvý ťah. Martin vyhodí z kruhu vedúceho, ktorý je na strane, kde je medzi Martinom a Štyrim párny počet vedúcich. Ak je ich 0, vyhráva okamžite. Ak nie, tak medzi Martinom a Štyrim ostane na oboch stranách nepárny počet vedúcich.

Nasleduje Štyriho ťah, v ktorom z niektorej strany s nepárnym počtom vedúcich vyhodí jedného vedúceho, takže tam ostane párny počet vedúcich. Martin vo svojom ďalšom ťahu vyhodí vedúceho z tejto strany s párnym počtom vedúcich.

Predpokladajme, že Martin bude počas ďalších ťahov vyhadzovať vedúceho zo strany, z ktorej vyhadzoval vedúceho aj Štyri. Obe strany budú pred Štyriho ťahom obsahovať nepárny počet vedúcich a pred Martinovým ťahom bude mať jedna strana párny, druhá nepárny počet vedúcich.

Po každom ťahu sa počet vedúcich zníži o 1. To znamená, že po najviac 122 ťahoch bude jedna zo strán obsahovať 0 vedúcich. Ukázali sme, že takáto situácia môže nastať iba po Štyriho ťahu, lebo 0 je párne číslo. A teda Martin má výhernú stratégiu.

Komentár

Väčšina z vás úlohu riešila všeobecne, čo úloha aj vyžadovala. Niektorí však ukázali riešenie len pre konkrétne počty vedúcich na jednotlivých stranách medzi Martinom a Štyrim, za čo sme strhávali body.

5

opravovali: **Ondrej Králik** a **Matúš „Libi" Libák**

najkrajšie riešenie: Viktoriia Boyko

40 riešení

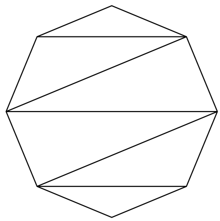
Zadanie

Veža má tvar osemuholníka, ktorého uhly sú všetky tupé (majú viac ako 90° a zároveň menej ako 180°) a žiadne dva nie sú rovnako veľké. Navyše platí, že veľkosť každého z uhlov je násobkom 9. Určte veľkosti všetkých uhlov.

Táto úloha využíva znalosti z edukačného okienka, ktoré ste mohli nájsť na konci predchádzajúceho vydania Malynára.

Riešenie

Najprv zistíme, aký je súčet vnútorných uhlov v osemuholníku. Vieme si ho rozdeliť na 6 trojuholníkov ako napríklad na obrázku:



Vieme, že súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je 180°, teda súčet vnútorných uhlov v osemuholníku bude $6 \cdot 180° = 1080°$.

Všetky uhly v našom osemuholníku musia byť väčšie ako 90° a menšie ako 180° a zároveň násobkom 9. Všetky možné veľkosti vnútorných uhlov sú preto tieto:

$$99°, 108°, 117°, 126°, 135°, 144°, 153°, 162°, 171°$$

Z týchto deviatich uhlov použijeme v našom osemuholníku práve osem (každý môžeme použiť maximálne raz), teda jeden odstránime. Súčet týchto uhlov je 1215°, ale my potrebujeme súčet uhlov 1080°.

Keď od súčtu všetkých možných uhlov odpočítame všetky, ktoré použijeme (tie majú súčet 1080°), tak nám zostane jeden uhol, ktorý nepoužijeme. To je $1215° - 1080° = 135°$.

Uhly v našom osemuholníku musia byť: $99°, 108°, 117°, 126°, 144°, 153°, 162°, 171°$.

Komentár

Mnohí z vás nepovedali, prečo je súčet uhlov 1080°, čo bola podstatná časť úlohy. Taktiež sme museli strhnúť body, ak ste iba napísali, hoci aj správne, riešenie bez dôvodu, prečo ste nepoužili práve 135° a prečo je vaše riešenie jediné (akceptovali by sme aj vypísanie všetkých možností).

6

opravovali: **Oliver Seman** a **Richard Vodička**
najkrajšie riešenia: Katarína Osuská a Filip Földes

35 riešení

Zadanie

Na zámku bola vyrytá číselná os s číslami a na nej spomedzi všetkých čísel vyznačených 15 z nich: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384. Na otvorenie dverí je potrebné označiť také číslo, ktoré malo najmenší súčet vzdialeností od všetkých 15 zvýraznených čísel. Ktoré to je číslo?

Riešenie

Vynechajme nateraz číslo 128 a zvyšných štrnásť čísel si popárujme do nasledovných dvojíc: 1 a 16384, 2 a 8192, 4 a 4096, 8 a 2048, 16 a 1024, 32 a 512, 64 a 256. Všimnime si, že ak označíme číslo, ktoré sa na číselnej osi nachádza medzi číslami tvoriacimi dvojicu, tak súčet jeho vzdialeností k prvému členu dvojice a druhému členu dvojice je vždy rovnaký. Konkrétne je tento súčet vždy rovný rozdielu daných dvoch čísel. Toto číslo totiž rozdelí úsek tvorený dvojicou na dve časti, pričom súčet jeho vzdialeností od tých dvoch čísel je súčet veľkostí týchto častí, čo je teda celý pôvodný úsek. Napríklad, pre ľubovoľné číslo medzi 64 a 256 je súčet jeho vzdialeností od týchto dvoch čísel $256 - 64 = 192$, keďže úsek medzi číslami 64 a 256 sa rozdelí na 2 časti, ktoré ho celý pokrývajú.

Ak si naopak zvolíme číslo vonku z dvojice, jeho súčet vzdialeností od daných dvoch čísel bude väčší. K vzdialenejšiemu číslu z dvojice musíme totiž okrem cesty medzi touto dvojicou prejsť aj nejaký úsek navyše.

Ak by sme chceli mať najmenší možný súčet vzdialeností od popárovaných štrnástich čísel, museli by sme si preto označiť také číslo, ktoré leží vnútri všetkých dvojíc, teda medzi 1 a 16384, 2 a $8192, \ldots,$ 64 a 256. To sa stane práve vtedy, keď označené číslo leží medzi 64 a 256. Medzi týmito dvoma číslami leží aj posledné, zatiaľ nevyužité číslo 128. Preto, ak by sme ako označené číslo zvolili práve 128, boli by sme od čísla 128 vzdialení 0, čo je najmenej, ako sa dá, a od všetkých zvyšných čísel dokopy tiež najmenej, ako je možné. Konkrétne je tento súčet vzdialeností 32385. Keďže menší súčet vzdialeností nevieme dosiahnuť, tak číslo 128 je hľadaným číslom na otvorenie dverí.

Iné riešenie

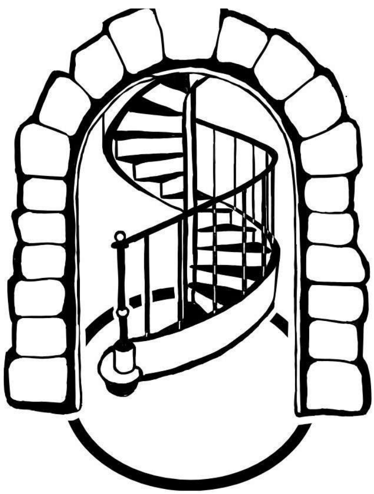
Predpokladajme, že číslo, ktoré je potrebné označiť, je 128. Ďalej ukážeme, že žiadne iné číslo nemá menší súčet vzdialeností od všetkých čísel. Ak označené číslo zvýšime, vzdialime sa od čísel 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Priblížiť sa o rovnako veľa naopak dokážeme len ku číslam 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, ktorých je o jedno menej. To znamená, že sa určite vzdialime o rovnakú vzdialenosť od ôsmich čísel, ale priblížiť o túto vzdialenosť sa vieme len ku siedmim. Celkový súčet vzdialeností od všetkých čísel preto stúpne.

To isté sa stane, ak označené číslo znížime. Tentokrát sa vzdialime od čísel 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, zatiaľ čo sa priblížime len ku číslam 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. Opäť sa teda približujeme k menšiemu počtu čísel, než od koľkých sa vzďaľujeme, čiže celkový súčet vzdialeností od všetkých čísel stúpne.

Keďže pri zmene označeného čísla 128 ľubovoľným smerom sa zvýši súčet vzdialeností od všetkých čísel, najlepšie číslo na označenie bude práve 128.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo prísť na to, že 128 je číslo potrebné na otvorenie dverí. Veľa z vás aj napísalo veľmi dôležitú myšlienku, že čísla o 1 vedľa, teda 127 a 129, majú o 1 väčší súčet vzdialeností. Pre úplné riešenie je ale potrebné dokázať, že tento súčet bude aj pre ďalšie čísla iba stúpať. Ako inak máme totiž istotu, že raz nezačne opäť klesať a nedosiahneme ešte menší súčet vzdialeností?



Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **14. apríla 2025**

Úloha 1

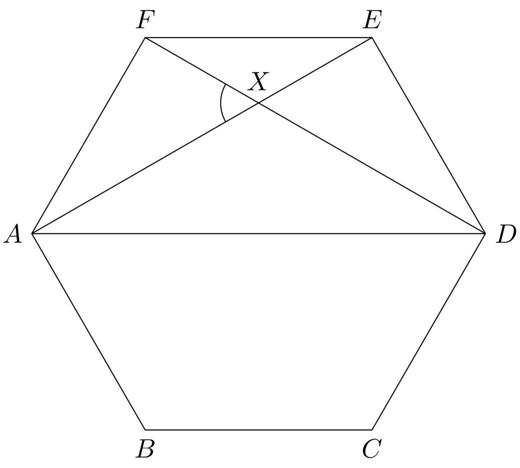
Na odomknutie dverí nájdite a zadajte najväčšie číslo, pre ktoré platí, že:

- *Každá cifra sa v ňom nachádza najviac 2-krát,*
- *súčin každých dvoch cifier je nepárny,*
- *súčet všetkých cifier je nepárny,*
- *dve rovnaké cifry sa nenachádzajú vedľa seba.*

Úloha 2

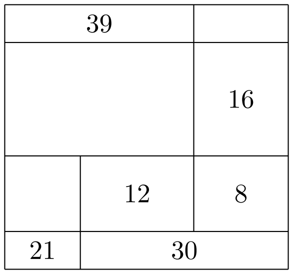
Miestnosť mala tvar pravidelného šesťuholníka $ABCDEF$ a v nej sa nachádzal koberec tvaru štvoruholníka $ADEF$. Určte veľkosť uhla AXF, ak je bod X priesečník uhlopriečok v štvoruholníkovom koberci $ADEF$.

S touto úlohou vám môže pomôcť edukačné okienko, ktoré je na konci časopisu.



Úloha 3

Tabuľka je rozdelená na rôzne veľké políčka, ktorých strany majú celočíselné dĺžky. Čísla uvedené v políčkach predstavujú ich obsah. Určte obsah prázdnych políčok. Veľkosti políčok v obrázku sú len orientačné.



Úloha 4

7 ingrediencii – Aprénium, Buďnocium, Cemspacium, Denebudium, Energium, Fujdenium a Goodnightium – idú do kotla v nejakom poradí. Platí, že:

- *Buďnocium aj Cemspacium idú po Denebudiu*
- *počet ingrediencii medzi Goodnightiom a Cemspaciom je o jedno menší ako dvojnásobok počtu medzi Fujdeniom a Buďnociom*
- *počet ingrendiencii vhodených pred Apréniom by sa vedel medzi sebou zoradiť šiestimi rôznymi spôsobmi*
- *počet ingrendiencii, ktorý ide do kotla pred Energiom, je polovičný v porovnaní s počtom tých, ktoré idú po ňom*

Zistite, v akom poradí treba ingrediencie dať do kotla a ukážte, že žiadne iné správne poradie neexistuje.

Úloha 5

Tímy Ahojnia, Budespacko, Caronocko a Dobruria hrali každý s každým práve raz v futbalovom turnaji. V tabuľke nižšie vidíme súhrnné informácie o výsledkoch zápasov. Práve jedno číslo v stĺpci strelené góly je však chybné. Zistite, aké bolo skóre jednotlivých zápasov a vysvetlite, prečo to inak nemohlo byť.

	Výhry	*Remízy*	*Prehry*	*Strelené góly*	*Inkasované góly*
Ahojnia	*3*	*0*	*0*	*6*	*0*
Budespacko	*0*	*2*	*1*	*3*	*6*
Caronocko	*1*	*1*	*1*	*4*	*4*
Dobruria	*0*	*1*	*2*	*0*	*2*

Úloha 6

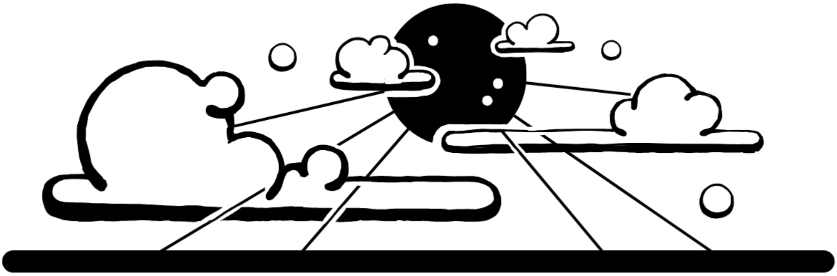
Na stole sú poháre s množstvom elixíru 1, 2, 3, 4, 5 a 6. Štyri si v každom kroku vyberie ľubovoľné dva poháre na stole, vyleje ich a namiesto toho do nového pohára naleje množstvo elixíru rovné rozdielu predchádzajúcich množstiev. Tento proces opakuje, až dokým na stole nezostane už len jeden pohár.

a) Určte, či môže byť na stole len prázdny pohár (množstvo elixíru je 0). Ak áno, ukážte ako. Ak nie, vysvetlite prečo.

b) Určte, aké najväčšie množstvo elixíru môže ostať v poslednom pohári, uveďte aj postup prelievania a prečo nemôže byť väčšie.

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 4.	Viktoriia Boyko	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	9	9	54
	Dorota Feňovčíková	Z6	ZBeleKE	9	9	9	9	9	9	54
	Andrej Mišuth	Z5	ZMAleBA	9	9	9	9	9	9	54
	Oleg Boyko	Z3	ZKe28KE	9	9	9	9	9	-	54
5. - 8.	Lucia Erdélyiová	Z6	GAMČABA	9	9	9	9	8	9	53
	Ivana Kiselá	Z6	GAlejKE	9	9	9	9	8	9	53
	Filip Foldes	Z5	GESChar	7	8	9	9	9	9	53
	Jana Mikušová	Z4	SZFTeBA	9	8	9	9	9	-	53
9.	Filip Saxa	Z6	MalGPha	9	9	9	9	8	8	52
10. - 11.	Peter Pavol Ihnát	Z5	ZKPOstr	9	8	9	9	8	8	51
	Jozef Rusnák	Z4	ZKro4KE	6	9	9	9	9	5	51
12.	Jakub Haško	Z5	ZTrebKE	5	9	9	9	8	6	49
13.	Matúš Malý	Z4	ZNSUTTT	4	9	9	9	8	-	48
14.	Bruno Kovács	Z6	GJARMPO	9	7	9	9	8	5	47
15.	Emanuel Dráb	Z5	SZFPeKE	4	8	9	9	8	3	46
16. - 21.	Artem Pivnenko	Z6	GAlejKE	9	9	6	9	6	6	45
	Patrik Novotný	Z6	ZJuhVnT	9	7	9	9	9	2	45
	Richard Kovac	Z5	ZHronKE	6	9	9	9	6	2	45
	Matej Orosz	Z6	GAlejKE	4	9	9	9	9	5	45
	Ema Kurucová	Z6	GKonšPO	8	6	9	9	8	5	45
	Katarína Osuská	Z3	ZDrJDMA	9	9	-	9	-	9	45
22.	Lívia Kropuchová	Z6	GAlejKE	6	9	9	7	8	5	44
23.	Viktória Jesenská	Z6	ZKe30KE	9	5	9	9	9	2	43
24.	Stanislav Cabúk	Z5	ZŠvedlár	0	8	9	9	8	0	42
25. - 26.	Peter Adamczak	Z4	ZĎumbBB	1	7	9	-	8	4	37
	Mykhailo Zemliakov	Z6	GAlejKE	7	9	9	2	9	1	37
27. - 28.	Pavol Murín	Z6	ZKro4KE	-	9	9	9	7	2	36
	Karin Beneš	Z4	ZJMasPha	-	9	9	9	-	-	36
29.	Timotej František Strömpl	Z6	ZKe30KE	7	7	9	3	8	1	35
30. - 31.	Maroš Libák	Z2	ZStanKE	9	9	6	-	-	-	33
	Ondrej Pero	Z6	ZBudimír	3	6	9	9	6	-	33
32. - 33.	Paulína Pokorná	Z6	ŠpMNDaG	6	5	6	6	-	6	29
	Gabriel Jesenský	Z4	ZKe30KE	4	5	8	4	3	2	29
34.	Felix Kompiš	Z6	ZBe16KE	0	6	9	5	8	0	28
35. - 36.	Šimon Palko	Z6	GJAR	8	5	9	0	2	3	27
	Hanna Pivnenko	Z3	ZKe28KE	9	9	-	-	-	-	27
37.	Richard Palenčar	Z6	GKonšPO	9	7	9	0	1	0	26
38.	Lukáš Biba	Z4	ZĎumbBB	3	4	1	5	6	0	24
39.	Samuel Nataniel Kačmár	Z5	ZSofŘíčany	4	4	5	1	4	-	22
40. - 41.	Adam Tóth	Z6	ZKe30KE	2	4	6	6	3	-	21
	Jakub Harčarik	Z6	ZKe30KE	5	5	1	1	8	1	21
42.	Platon Omelchenko	S1	GAlejKE	3	5	5	2	2	1	18
43.	Zuzana Tóthová	Z6	ZKe30KE	1	4	4	4	4	-	17
44.	Michal Sklenár	Z4	ZLevoSL	-	9	-	-	-	0	9
45. - 46.	Barbora Chudá	Z6	GAlejKE	-	-	8	-	-	-	8
	Miroslav Balint	Z5	ZKomeMI	0	4	4	-	0	-	8
47.	Lukáš Minarčík	Z4	ZKro4KE	0	0	3	1	-	1	6
48.	Jakub Madžo	Z6	ZKro4KE	-	4	-	-	0	-	4
49.	Ľubomír Ondrůšek	Z6	ZKro4KE	-	-	1	-	-	-	1



Názov:	MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár Číslo 5 • Apríl 2025 • Letný semester 34. ročníka
Web:	`malynar.strom.sk`
E-mail:	`malynar@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.