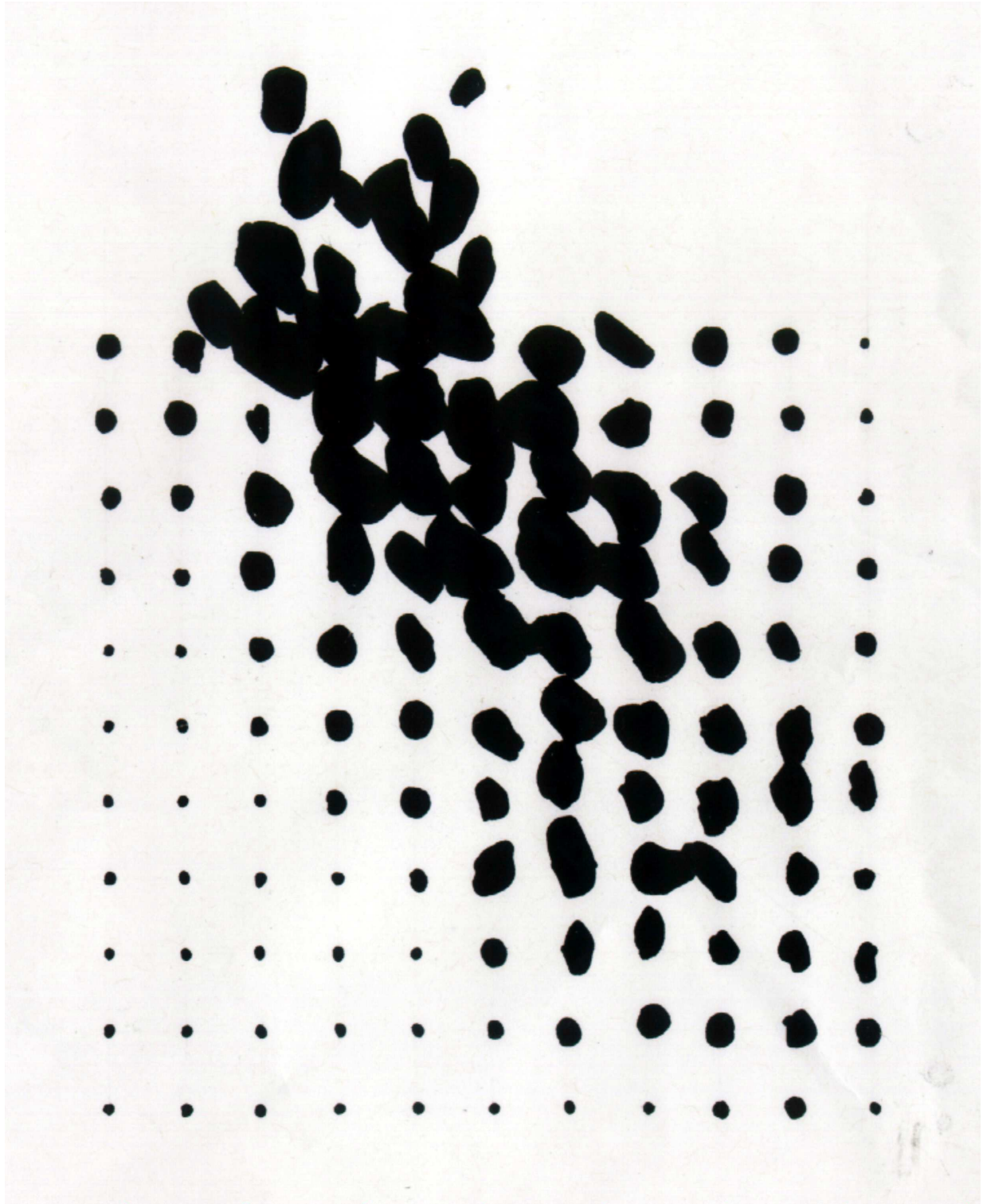


ČÍSLO 2 ★ ROČNÍK 18 ★ <http://matik.strom.sk>

MATIK



Čau mládež!!!

Naozaj si zaslúžite pochvalu. Do prvej série sa Vás zapojila celá kopa, čo nás veľmi teší. Nezabúdajte však, že je za nami iba jeden polčas. Poľaviť sa neopláca, zatnite zuby a pustite sa do ďalšej série. Možno aj na Vás čaká sústredenie, ktoré sa uskutoční v januári v Mikovej.

- my -

Veľká Mafiánska Hra

Pripravení? Nažhavení? Štartujeme! Ako sme sľúbili, s týmto číslom Vás aj informujeme o tom, či ste krvilační a bezcitní mafiáni (v riešeniach nájdete výrazný nápis „Si mafián“) alebo počestní občania (riešenia nemáte označené nijako). A môžete pustiť do práce. Občania, vašou úlohou je vypátrať čo najviac mafiánov. Nezabudnite nám s riešeniami na osobitnom papieri zaslať 3 otázky na ktoré sa dá odpovedať áno alebo nie. Mafiáni, nezúfajte. Keďže je vás menej, dávame vám výhodu – poznáte mená ostatných mafiánov. Môžte nám poslať mená troch občanov, ktorým na ich otázky odpovieme nesprávne. Každý má šancu na výhru, chce to len trochu prezieravosti. Nezabudnite, že skupine sa pracuje lepšie ako jednotlivcovi. Na tých najlepších z vás čaká odmena, tak veľa šťastia.

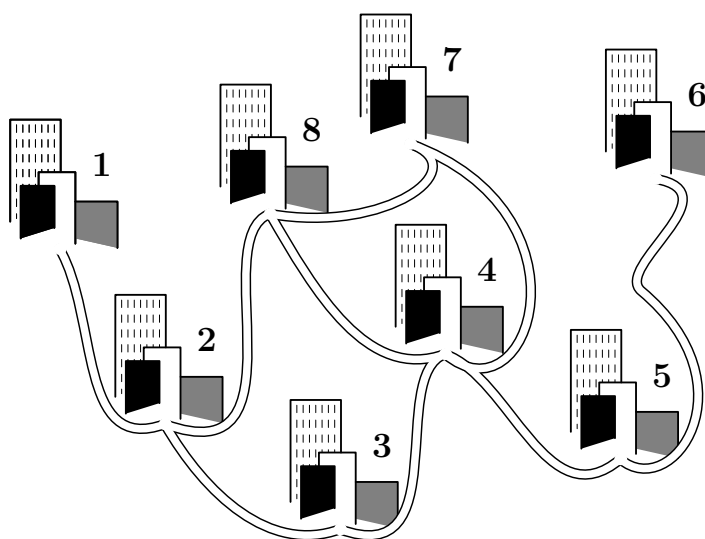
Vzorové Riešenia 1. Série Úloh

1 opravovali **Zuska Molnárová**
84 riešení **Jano Mäso Nižňanský**



Elenka Fialková, Alex Kuncová, Ján Kužma, Viktor Popovič

Všimnime si, že Palermo je priamo autobusovo spojené so štyrmi rôznymi mestami (Messina, Licata, Defalú, Trapanni). Z toho vyplýva, že z neho musia vychádzať aspoň 4 cesty. Takéto miesto je na mape len jedno (4). Ďalej si všimnime, že cesty Defalú-Trapanni, Trapanni-Palermo a Palermo-Defalú tvoria „trojuholník“ a takéto miesto je na mape tiež len jedno (7-8-4). Z Defalú vedú tri linky (do Ganicatta, Palerma a Trapanni) a z čísla 7 vedú len dve cesty. Preto Defalú musí byť číslo 8. Potom logicky 7 je Trapanni. Okrem Trapanni a Palerma vedie z Defalú linka aj do Ganicatta, jediná voľná cesta z Defalú je do 2. Z Messiny vedie priama linka do Palerma aj Ganicatta, a to spája len 3. Ganicatto je spojené s Messinou, Defalú a Siracusou (naozaj neviem ako sa to skloňuje), a s Ganicatta máme voľnú cestu len do Siracusy.




Podobne 5 musí byť Licata, Keďže je to posledné miesto, kam nám vedie voľná cesta s Palermo. Posledné mesto, ktoré nám ostalo je Castelvetro, takže poputuje na 6.


Na záver si to zhrňme:

1–Siracusa, 2–Ganicatto, 3–Messina, 4–Palermo, 5– Licata, 6–Castelvetro, 7–Trapani, 8–Defalú.

Toto riešenie je určite jediné možné, pretože v žiadnom bode sme nemali viac možností ako postupovať.

 Zložitosť tejto úlohy nebola v nájdení správneho výsledku, ale v nájdení úplne správneho logického postupu. Tí ktorí poslali len odpoveď, nedostali samozrejme viac ako bod. Ešte viac však bolo tých, ktorí si pri odôvodňovaní domýšľalo fakty. Najčastejšou chybou bol predpoklad, že po každej ceste musí viesť autobus. V tejto úlohe to síce platilo, ale nemuselo. Tým, ktorí svoje riešenie založili na tomto predpoklade sme, žiaľ, tiež museli body strhávať. Napriek tomu sa našlo aj pár šikuliek, ktoré to mali za 5 bodov.

2 opravovali **Zuzka Harmincová**
80 riešení **Bebe Beran**

 **Matuš Stehlík, Dušan Blich, Tomáš Kocurek**

Podľa zadania starenka držala v ruke všetky možné lístky, na ktorých je súčet štyroch štiknutých čísel spomedzi čísel 1, 2, 3, ..., 9 rovný 18. Čísla 1 až 9 si rozdelíme do dvoch skupín, v 1. skupine (malej skupine) budú čísla 1, 2, 3 a 4, v 2. skupine (veľkej skupine) budú čísla 5, 6, 7, 8 a 9. Vidíme, že súčtom 4 čísel z malej skupiny dostaneme súčet menší ako 18 ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$). Keď sčítame ľubovoľné 4 čísla z veľkej skupiny, dostaneme súčet väčší ako 18, lebo už súčet 4 najmenších čísel z tejto skupiny je $5 + 6 + 7 + 8 = 26$ a to je viac než 18. Z toho vyplýva, že musíme sčítať buď 1 malé číslo a 3 veľké, 2 malé a 2 veľké, alebo 3 malé a 1 veľké.

1. možnosť – vyberiem 3 veľké čísla, no už len súčet troch najmenších veľkých čísel je $5 + 6 + 7 = 18$, čo je veľa, lebo k tomuto súčtu sme ešte mali pripočítať 1 malé číslo, teda by vyšlo najmenej $18 + 1 = 19$. Takže 1 malé a 3 veľké čísla použiť nemôžeme.

2. možnosť - vyberiem 3 malé čísla, súčet troch najväčších malých čísel je $2 + 3 + 4 = 9$, k tomuto súčtu mám pripočítať 1 veľké číslo, keďže $18 - 9 = 9$, nemám inú možnosť ako pripočítať 9. Našli sme teda 1 riešenie. Iné možnosti na súčet 3 malých a 1 veľkého čísla už nemám, lebo akonáhle nevyberiem 3 najväčšie malé čísla, bude treba k ich súčtu pripočítať číslo väčšie ako 9 a také číslo použiť nemôžem. .

3. možnosť - sčítam 2 veľké čísla a 2 malé čísla. Môžem dostať takéto súčty:

- z veľkých čísel: 11 ($5 + 6$), 12 ($5 + 7$), 13 ($5 + 8$; $6 + 7$), 14 ($5 + 9$; $6 + 8$), 15 ($6 + 9$; $7 + 8$). Ďalšie súčty už nepotrebujem vypisovať, pretože najmenší súčet 2 malých čísel je $1 + 2 = 3$, teda najväčší súčet 2 veľkých čísel môže byť $18 - 3 = 15$.

- z malých čísel: 3 ($1 + 2$), 4 ($1 + 3$), 5 ($1 + 4$; $2 + 3$), 6 ($2 + 4$), 7 ($3 + 4$). Počet všetkých kombinácií vypočítame nasledovne: súčet 18 zo súčtov 2 malých a 2 veľkých čísel dostaneme ako 11 (1 možnosť.. $5 + 6$) + 7 (1 možnosť .. $3 + 4$), teda = 1 riešenie; 12 (1 možnosť.. $5 + 7$) + 6 (1 možnosť .. $2 + 4$), teda = 1 riešenie; 13 (2 možnosti) + 5 (2 možnosti), teda = 4 riešenia; 14 (2 možnosti) + 4 (1 možnosť), teda = 2 riešenia; 15 (2 možnosti) + 3 (1 možnosť), teda = 2 riešenia.

To je spolu $1 + 1 + 4 + 2 + 2 = 10$ riešení. Nesmieme zabudnúť na riešenie pri 2. možnosti, teda spolu existuje 11 riešení tejto úlohy. Ak starenka držala z každého takého lístka len po jednom exemplári, mala v ruke 11 lístkov.

3 opravovali **Majka, Maťka**
47 riešení **Lucka**



Alexandra Kuncová, Róbert Tóth,
Lucia Kažimírová

Zo zadania vieme rozmery bazéna ($7 \times 3 \times 2$ metre). Vypočítame si jeho objem
 $V = a \cdot b \cdot c = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 42m^3$.

Ďalej vieme za aký čas sa naplní bazén prvým, druhým a oboma kohútikmi:

- Prvým kohútikom za 4 h 40 min = 280 minút, takže prietok kohútika je

$$\frac{42}{280} = 0,15 \frac{m^3}{min}$$

- Druhým kohútikom za 2 hodiny = 120 minút, takže prietok druhého kohútika je

$$\frac{42}{120} = 0,35 \frac{m^3}{min}$$

- Oboma naraz za 1h 15 min = 75 minút, takže prietok oboch kohútikov spolu by mal byť

$$\frac{42}{75} = 0,56 \frac{m^3}{min}$$

Sčítame prietok prvého a druhého kohútika: $0,15 + 0,35 = 0,5$ a porovnáme s prietokom pri napúšťaní oboma kohútikmi naraz: $0,56 - 0,5 = 0,06$. Tento rozdiel vyjadruje prietok škáry. Teda vieme, že za minútu škárou odtečie $0,06 m^3$ vody, takže celý bazén ($42 m^3$) odtečie za

$$\frac{42}{0,06} = 700 \text{ minút} = 11 \text{ hodín } 40 \text{ minút}$$

Chýb nebolo veľa. Najčastejšie (a zbytočné) chyby sa vyskytli pri premieňaní jednotiek, či už časových, alebo objemových. Niektorí z vás si dali pramálo záležať na tom, aby aj vysvetlili svoje myšlienkové postupy a poslali nám len strohé výpočty. V takom prípade aj za správny výsledok sme nemohli dať plný počet bodov. Ináč ste túto úlohu väčšinou zvládli na výbornú!

4 opravovali **Rasťo Rastík Olhava**
67 riešení **Robko Hajduk**



Hana Jergušová

Asi najprehľadnejšie a najjasnejšie riešenie je zapísať si jednotlivé možnosti delenia do tabuľky. Znázorníme si to v tejto tabuľke:

1. delenie	2	11	3	10	4	9	5	8	6	7
	1 1	1 10	1 2	1 9	1 3	1 8	1 4	1 7	1 5	1 6
	1 1	2 9	1 2	2 8	1 3	2 7	1 4	2 6	1 5	2 5
	1 1	3 8	1 2	3 7	1 3	3 6	1 4	3 5	1 5	3 4
	1 1	4 7	1 2	4 6	1 3	4 5	1 4	4 4	2 4	1 6
2. delenie	1 1	5 6	1 2	5 5	2 2	1 8	2 3	1 7	2 4	2 5
					2 2	2 7	2 3	2 6	2 4	3 4
					2 2	3 6	2 3	3 5	3 3	1 6
					2 2	4 5	2 3	4 4	3 3	2 5
									3 3	3 4

Pablo bude druhé delenie prevádzať samozrejme tak, aby získal čo najviac, t.j. aby súčet prostredných dvoch čísel bol čo najlepší. Tieto možnosti sú v tabuľke tučne.

Pre Pedra je najvýhodnejšie rozdeliť jablka na kôpky 2 a 11. To mu zaručuje zisk prinajmenšom 7 jablák, t. j. víťazstvo. V ostatných prípadoch získa Pablo pri šikovnom delení najmenej 7 jablák.

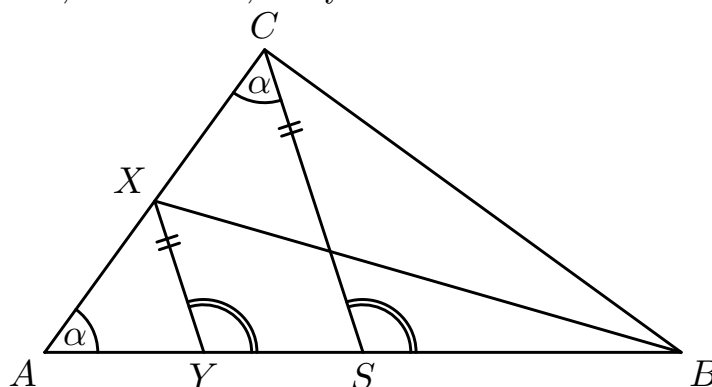
☝ Prevažná časť z Vás sa pustila do rozoberania všetkých možností. Táto cesta bola asi naozaj najschodnejšia a ak ste sa nepomýlili máte to za 5 bodov. Toto vypisovanie ste si však mohli aj všelijako zjednodušiť, ale patrilo k tomu príslušný slovný komentár. Ktorí ho nemali, šups, body dole. Najčastejšia chyba bola, že ste vylúčili riešenia v ktorých boli kôpky s rovnakým počtom jabĺčok a tým pádom aj správne riešenie. K tomu by sme chceli povedať toľko, že najmenšia (najväčšia) kôpka je taká, že žiadna z ostatných kôpok nie je menšia (väčšia). To znamená, že môže byť aj viac najmenších respektíve najväčších kôpok. V tom prípade si Pedro zoberie 1 z nich.

5 opravoval **Ivo Kenny Kováč**
61 riešení

☝ Alex Kuncová, Rasto Kiseľ

Úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi, ukážem ten, ktorým ho riešila väčšina z Vás.

Uhol CAB dokážeme spočítať pomocou zvyšných dvoch v trojuholníku ABC : $|\sphericalangle CAB| = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$. Použijeme pomocný bod S – stred strany AB . Vieme, že $|SC| = |AS|$, pretože S je stredom Tálesovej kružnice nad priemerom AB . Teda vieme, že $\triangle ASC$ je rovnoramenný so základňou AC . Tým pádom $|\sphericalangle ASC| = 180^\circ - 2 \cdot 54^\circ = 72^\circ$ a teda $|\sphericalangle CSB| = 108^\circ$. Keďže XY je stredná prieka v $\triangle ASC$ tak $XY \parallel CS$. Z toho je zrejmé, že $|\sphericalangle XYB| = |\sphericalangle CSB|$ pretože sú to súhlasné uhly. Teda aj $|\sphericalangle XYB| = 108^\circ$ a máme prvú časť úlohy.



V druhej časti využijeme poznatok, že ťažnica rozdelí trojuholník na dva trojuholníky s rovnakým obsahom. Tým pádom $S_{\triangle ABX} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$. Ďalej podľa ťažnice XS v trojuholníku AXB vieme, že $S_{\triangle SXB} = \frac{1}{2}S_{\triangle AXB}$. $\triangle XYB$ si môžeme rozdeliť na 2 časti - $\triangle SXB$ ktorého obsah už máme vyjadrený a $\triangle SXY$, ktorého obsah je $\frac{1}{2}S_{\triangle SXA}$ pretože XY je ťažnica v $\triangle SXA$. Teda:

$$S_{\triangle XYB} = \frac{1}{2}S_{\triangle AXB} + \frac{1}{2}S_{\triangle SXA} = \frac{1}{2}S_{\triangle AXB} + \frac{1}{4}S_{\triangle AXB} = \frac{3}{4}S_{\triangle AXB} = \frac{3}{8}S_{\triangle ABC}$$

Teda pomer, ktorý sme chceli zistiť je:

$$S_{\triangle XYB} : S_{\triangle ABC} = \frac{3}{8}.$$


☝ Mnohí z Vás robili rovnakú chybu - snažili ste sa celú situáciu narysovať a údaje vyčítať z nákresu (uhlomerom). No nevedomili ste si, že napríklad uhol vám môže vyjsť o stupeň dva menší už len preto, že máte tupú ceruzku a tým pádom hrubšiu čiaru. Úlohu bolo treba riešiť a nie snažiť sa ju čo najpresnejšie narysovať.

6 opravoval **Lucky Štecák**
65 riešení

☝ Matúš Stehlík, Dušan Blich, Tomáš Kocurek

Ako vieme, trojuholník má stále tri strany. Aby nejaký počet rovnostranných trojuholníkov utvoril teleso určite musí byť párny a ich počet musí byť minimálne 4, aby sa jednotlivé strany mohli "popárovať". Popárovať znamená spojiť dve strany rôznych trojuholníkov, pričom každú stranu použijeme práve raz. Ak by bol nepárny počet, tak by sme počet strán všetkých trojuholníkov dostali nepárny (3 x nepárne číslo je číslo nepárne). Znamená to, že by sme nemohli popárovať strany, lebo by nám ostala jedna strana neparovaná,

takže by sme nemohli vytvoriť teleso. Z toho teda vyplýva, že jedine Pablo, ktorý mal 8 trojuholníkov ($8 \times 3 = 24$ - párny počet strán) mohol vytvoriť teleso.

 Veľa z vás nevedelo čo je teleso a to bol hlavný kameň úrazu. Teleso je uzavretá časť v priestore, teda napríklad kocka, kváder, guľa.

Zadania 2. Série Úloh

Úlohy pošlite najneskôr: xzy. novembra 2004

Kenny sa náhle strhol zo sna. Bola noc, nespal viac ako hodinu. Na chodbe za dverami jeho izby sa niekto hlučne rozprával. Bolo počuť kroky, hlasy sa rýchlo približovali. Dvere sa otvorili a do izby vošli trojčatá s Chúliou. „Vstávaj Kenny, musíš odísť.“ povedala. „Čože???“ „Nepýtaj sa, vysvetlím ti to neskôr. Hlavne vstávaj!“ a zmizla z miestnosti. Jedno z trojčiat (Kenny mal pocit že je to Pablo) podišlo bližšie a povedalo: „Hej, chceš nám pomôcť?“ Kenny nechápal čo sa deje, tak len pokýval hlavou. „Odveď Chúliu z ostrova. Niekam do inej krajiny, to je jedno kam, ale hlavne ďaleko od Sicílie. Iba tak bude v bezpečí – je to na tebe.“ a pobral sa za sestrou. Kenny z toho nemal dobrý pocit. Spomenul si, že je piatok trinásteho.

Úloha 1. *Môže nastať taký rok, kde nieje ani jeden piatok trinásteho?*

Ani nie o pol hodinu sa Kenny a Chúlia s batohmi na chrbte vydali preč z Castelvetrana. Chúlia poznala cestu a Kenny ju mlčky nasledoval. Po dvoch hodinách cesty lesom došli na malú lúčku. Chúlia si sadla pod strom a už vyzerala, že začne hovoriť, keď si všimla ako po strome lezú slimáky. Mimochodom, slimáky majú veľmi zaujímavý život.

Úloha 2. *Slimák sa snažil vyšplhať po kmeni stromu do výšky 2 metre. Za prvý deň vyliezol do výšky 86 cm. Na druhý deň ráno však slimák zistil, že počas noci nielenže oddychoval, ale sa aj zošmykol o 45 cm. Žiadny ďalší deň už nezopakoval svoj výkon a vyliezol vždy o 5 cm kratšiu vzdalienosť ako predchádzajúci deň, t.j. druhý deň 81 cm, tretí 76 cm, atď. A každú noc sa zošmykol o rovnakých 45 cm. Po piatich dňoch slimák konečne oslavoval, pretože na piaty deň večer dosiahol vysnívanú výšku 2 metre. Chúlia si všimla, že niekoľko ďalších slimákov sa vydalo zdolať tú istú prekážku. Mali na to rovnakú techniku: začínali od nuly, každý deň vyliezli o 5 cm kratší úsek ako deň predtým a každú noc sa zošmykli o rovnakých 45 cm. Ich výkony v prvý deň sa rôznili. Koľko najmenej centimetrov musí vyliezť slimák od zeme prvý deň, aby sa do výšky dvoch metrov vôbec dostal? Ako dlho mu to v takomto prípade potrvá?*

Kenny nervózne čakal, kým sa Chúlia zaoberala slimákom. Keď ju to prestalo baviť, nabral odvalu a spýtal sa, čo sa vlastne deje. Chúlia sa zachmúrila, a začala rozprávať. Snažila sa Kennymu čo najšetrnejšie vysvetliť, že nieje z obyčajnej rodiny. Jej otec je Don. Krstný otec. Mafioso. Odjakživa žili v Castelvetrane pokojným životom, ale dnes v noci sa niečo stalo. Chúlia nepoznala detaily, ale Pablo ju prišiel zobudiť s tým, že okamžite musí odísť do bezpečia. A to môže znamenať len jedno. Začala sa vojna mafiánskych gangov. Vraj sa to raz za čas stáva, no ona si žiadnu nepamätá. Potom ešte vysvetlila Kennymu, že teraz sa musia dostať do Palerma vzdialeného asi 100 km a odtiaľ loďou niekam ďalej, najlepšie do Marseille. Vstali a pobrali sa ďalej. Narazili na vedľajšiu cestu a stopli si malý červený nákladiačik. Šofér mal výrečnú náladu a čoskoro prezradil, že sa živí potulným predávaním kníh.

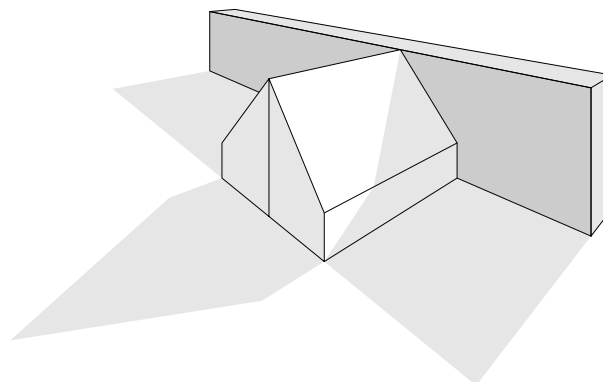
Úloha 3. *Práve tento týždeň mal na predaj 10 kníh v cene 12, 15, 16, 17, 19, 22, 23, 29, 35 a 39 euro. V pondelok predal 4 knihy, v utorok 3 a v stredu 2 knihy. Všimol si, že v pondelok zarobil dvakrát viac ako v utorok a trikrát viac ako v stredu. Ktoré knihy predal v jednotlivých dňoch?*

Chlapík ich vysadil v dedinke Camporeale, kde sa ich cesty rozchádzali. Pokračovali ďalej na sever do Palerma. Boli už strašne hladní, tak zašli do miestneho obchodíku nakúpiť si. Hovorila len Chúlia, lebo Kenny by v takom zapadákovom vzbudil nemalú pozornosť. Za svoj nákup mali platiť presne 5 euro.

Úloha 4. *Mohli zaplatiť presne 5 euro, ak mali spolu 20 mincí v hodnote 50, 20 a 5 centov? 1 euro = 100 centov*

Zašli len na koniec dedinky a slnko začalo zapadať. Chúlia na Kennyho úžas z batohu vytiahla stan. Začali ho rozkladať pri múre ohraničujúcom posledné polia Camporeale.

Úloha 5. *Stan stojí tesne pri múre, ktorý vrhá tieň (ako na obrázku). Je široký 1,6 metra, vysoký 1,5 metra a dlhý 2,5 metra. Dolná, „rovná“, hranolovitá časť siaha do výšky 45 cm. Akurát teraz je tieň tak, ako na obrázku - prechádza dolnými rohmi stanu. Ak by sme zistili plochu osvetlenej časti a plochu zatienennej časti bočných stien (šikmých i zvislých, no nie prednej a zadnej), ktorá by bola väčšia? Vypočítajte tiež objem tej časti stanu, ktorú zatienuje múr.*



Kenny sa prebral. Chvíľu mu trvalo, kým si uvedomil že tu niečo nehrá. Zaspával v stane, tak prečo je teraz... „Aaaaaa-aaaa!“ zaznel srdcervúci výkrik. Chúlia si presne v tej istej chvíli uvedomila, že v tejto miestosti nemajú čo hľadať. Ležali na piesočnatej podlahe, neboli tam žiadne okná a dosť zima. Boli v pivnici a dvere boli zamknuté. Boli v pasci. Sedeli a Chúlia si čosi kreslila prstom do piesku. Kennyho zaujímalo, čo robí, a tak mu prezradila, že si nevie s niečím rady.

Úloha 6. *Kolko strán môže mať mnohoúholník, ktorý vznikne ako prienik trojuholníka a štvoruholníka?*

Táto úloha ich síce na chvíľku zabavila, ale aj tak sa nemohli zbaviť tiesnivého pocitu, že sú v riadnej šlamastike. Po niekoľkých hodinách konečne začuli čosi na chodbe. V zámke zaštrngalo a vo dverách sa objavil chlap. V rukách držal revolver a aj napriek tomu, že mal klobúk stiahnutý hlboko do čela, Kenny zistil, že ho pozná. Bol to predsa . . .

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Seminár je finančne podporovaný z fondu [hodina deťom](#)
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Vladkovi Fialkovi za krásny obrázok na prvej strane

Názov: *MATIK* — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • Október • Zimný semester 18. ročníka (2004/2005)
Internet: <http://matik.strom.sk>

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>
E-mail: zdruzenie@strom.sk