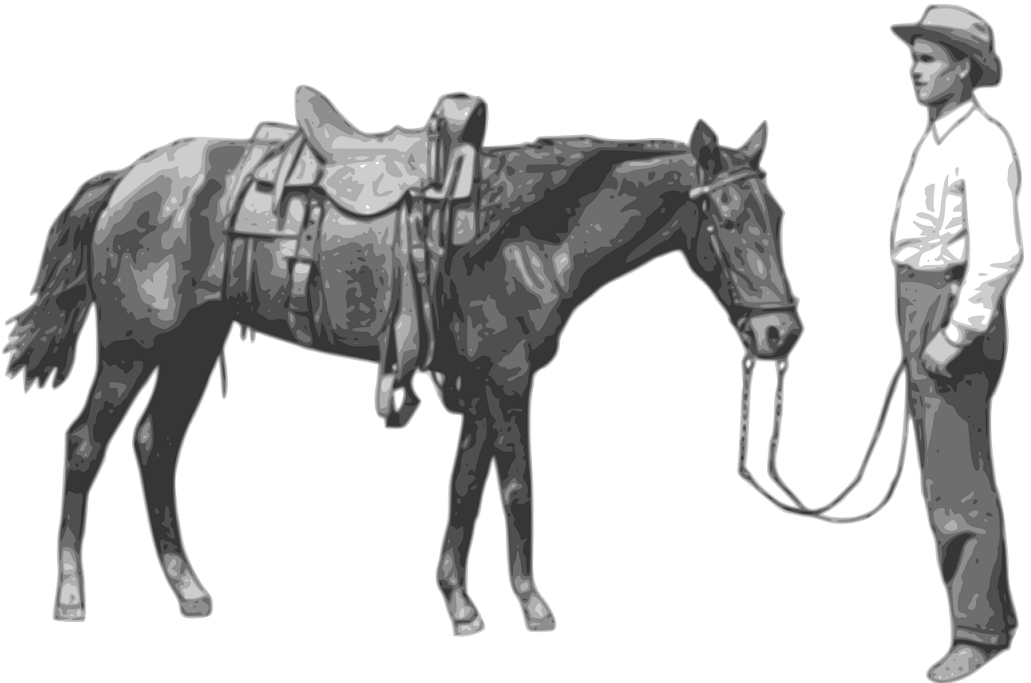


KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

# MATIK

ČÍSLO 6 — ROČNÍK 28

INTERNET <http://matik.strom.sk>



## What's up kids?

Šialený apríl je už za nami a s jeho odchodom sa nám pomaly aj ustáľuje počasie. Konečne leto! Ale vlastne som nechcel hovoriť o počasí. Pre vás je predsa podstatné, že skončil semester. Teda začína skúškové obdobie, ja mám napríklad prvú skúšku už dnes. Aha, asi nechcete počúvať ani o mojom vysokoškolskom živote. . . Tak dobre, znovu. Čaute, je tu nový časák, nájdete tu vzoráky, poradie a tí šťastní aj pozvánku na sústredko. Ozaj, na prihlásenie máte už len necelé dva týždne! (Dúfam, že ma ešte niekedy nechajú písať úvod.)

Vaši vedúci *MATIKa*

**TMM** Prečo si Rimania mysleli, že algebra je ľahká? Lebo  $X$  bolo stále 10 :). Teraz, keď mám tvoju pozornosť, musím ti povedať o skvelom programe na leto. Aj tento rok bude TMM alebo oficiálne Tábor Mladých Matematikov (neoficiálne najlepší týždeň tvojho leta). Čaká ťa skvelý program (skoro ako na sústredku, ale lepší a dlhší), kopa super ľudí a hlavne zážitky, na ktoré budeš ešte dlho spomínať. Tábor sa uskutoční od 16. do 23. augusta a ešte stále je možné sa prihlásiť. Choď na <http://strom.sk/tabory> a prihlás sa čo najskôr (ak by ti stránka náhodou nešla, skús iný prehliadač. . . niekedy to tam zmení samo od seba na https a čuduje sa, že mu to nejde :D). Tešíme sa na teba!

**STROM** Si deviatik alebo kvart'an a máš pocit, že je všetkému koniec? Mýliš sa! Začína sa nová epizóda tvojho života s názvom „STROM“! STROM je v podstate pokračovanie *MATIKa* na strednej škole. Dvakrát za polrok ťa čaká séria šiestich príkladov, ktoré musíš vyriešiť, ako inak, čo najlepšie. Nemaj strach, príklady budú síce náročnejšie, no pre teba ako prváka alebo kvint'ana je určený bonus, ktorý ťa zvýhodní oproti tvojim starším spoluriešiteľom. Takže, vidíme sa v septembri pri prvej sérii STROMu a veríme, že polrok zavŕšime spoločným stretnutím na sústreďení.

## Vzorové riešenia 2. série úloh

1

opravovali **Juro Jursa** a **Maťo Rapavý**

najkrajšie riešenie: Gabriela Genčiová

48 riešení

**Zadanie** „Kód od tvojho bytu je jednoduchý. Nepoviem ti však, aký je dlhý. Poviem ti len, že tento kód je najmenšie prirodzené číslo, ktorého súčin cifier je rovný presne 600.“ Pomôžte Maťovi nájsť toto číslo.

### Vzorové riešenie

Prirodzene pridáme na to, že ak ideme hovoriť o súčinoch, tak prvočíselný rozklad je to, čo potrebujeme. Prvočíselný rozklad čísla 600 je teda  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ . Ak chceme,

aby číslo bolo čo najmenšie, tak chceme mať čo najmenej číslic, takže ich medzi sebou vynásobíme tak, aby tieto súčiny neprekročili 10. Číslu 5 s ničím násobiť nemôžeme, preto ostáva nejak nakombinovať dvojky a trojku do čo najmenej cifier. Prvá možnosť je  $3 \cdot 2 = 6$  (viac dvoják už pridať do cifry nemôžeme) a potom nám ostanú 2 dvojky, teda číslu 4. Cifry zoradíme od najmenej a vytvoríme tak číslo 4556. Druhá možnosť je nechať trojku samu a vynásobiť 3 dvojky. Dostaneme tak najmenšie číslo 3558, ktoré je menšie ako 4556, preto je naše hľadané.

*Iné riešenie:*

Chceme, aby číslo, ktorého súčin cifier je 600, bolo čo najmenšie. Chceme mať teda čo najmenej cifier. Takže budeme deliť 600 čo najväčšími ciframi. Deviatkou nemôžeme, pretože 600 nie je deliteľné deviatimi. Osmičkou vydeliť môžeme, pretože 600 je deliteľné 8. Ostáva nám číslo 75, na ktoré môžeme použiť rovnaký postup. Ďalšie najväčšie cifry sú 5, 5 a 3, a takto prídeme na číslo 3558.

**Komentár** Takmer všetci (až na pár výnimiek) mali správny výsledok, no nie úplne všetci ste zdôvodnili, prečo neexistuje aj menšie číslo.

2

opravoval **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenie: Jakub Farbula

51 riešení

**Zadanie** Nech  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sú dĺžky strán trojuholníka  $ABC$ . Dĺžku výšky spustenej z vrcholu  $C$  označme  $v$ . Je pravda, že vždy existuje trojuholník so stranami dĺžok  $v$ ,  $c + v$ ,  $a + b$ ? Vysvetli prečo.

**Vzorové riešenie**

Ak chceme, aby sa trojuholník so stranami  $v$ ,  $c + v$ ,  $a + b$  dal zostrojiť, musí platiť trojuholníková nerovnosť, a teda že dĺžka ľubovoľnej strany trojuholníka musí byť menšia ako súčet dĺžok jeho zvyšných strán. Napíšeme si teda všetky 3 nerovnosti:

$$v < (c + v) + (a + b)$$

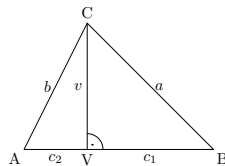
$$c + v < (a + b) + v$$

$$a + b < (c + v) + v$$

Vidíme, že prvá nerovnosť bude platiť vždy, pretože ak z oboch strán odčítame  $v$ , tak dostaneme  $0 < a + b + c$ , čo je pravda, keďže dĺžky strán trojuholníka sú kladné.

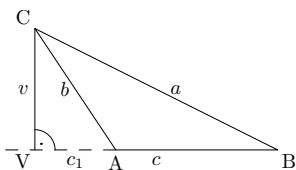
Z druhej nerovnosti opäť môžeme odčítať  $v$ . Potom dostávame  $c < a + b$ , čo opäť platí. To vieme z trojuholníkovej nerovnosti trojuholníka  $ABC$ .

Pri tretej nerovnosti to bude o čosi ťažšie. Musíme rozlíšiť 3 druhy trojuholníkov: ostrouhlý, pravouhlý, tupouhlý. Stále si vyjadríme trojuholníkové nerovnosti, ktoré vidíme z obrázku a pokúsime sa ukázať platnosť (resp. neplatnosť) našej tretej nerovnosti.



• *ostrouhlý* – Môžeme si napísať nerovnosti pre menšie trojuholníky  $CVB$ ,  $CVA$ :  $a < v + c_1$ ,  $b < v + c_2$ . Ak sčítam tieto dve nerovnosti (pričom vieme, že  $c = c_1 + c_2$ ), dostanem  $a + b < 2v + c_1 + c_2 = 2v + c$ .

- *pravouhlý* – Je to rovnaký prípad ako pri ostrouhľom, s tým rozdielom, že  $c_1 = 0$ .
- *tupouhlý* – Napíšeme si nerovnosti pre CVA a CVB:  $b < v + c_1$  a  $a < v + (c_1 + c)$ .



Tieto nerovnosti sčítame a dostaneme:  $a + b < 2v + c + 2c_1$ . My sme ale potrebovali dokázať niečo iné. Vidíme, že člen  $2c_1$  je na pravej strane navyše, a teda od neho závisí, či nerovnosť bude platiť. Keby tam nebol, nerovnosť by sedela pre všetky prípady. Teraz už len stačí nájsť nejaké dĺžky, pre ktoré to nepôjde.

Napríklad trojuholník so stranami dlhými 1, 5,  $\sqrt{18}$  a výškou dlhou 3. Zistili sme teda, že nie vždy existuje takýto trojuholník.

**Komentár** Väčšina z vás dokázala prvé dve nerovnosti hravo. Najväčším problémom bolo uvedenie si, že nie každý trojuholník je ostrouhlý, a preto ste sa nedostali k správnejmu výsledku. Aj keď nájdete nejaký prípad, kedy to neplatí, je vhodné rozobrať aj prečo.

3

opravoval **Rišo Trembecký**

najkrajšie riešenia: bolo vás veľa

44 riešení

**Zadanie** Jožko si píše do zošita čísla. Najprv napísal nejaké dve a každé ďalšie, ktoré napísal, dostal tak, že od posledného napísaného čísla odčítal predposledné. Súčet prvých 51 čísel, ktoré napísal, bol 42. Aké bolo 8. číslo, ktoré Jožko napísal?

**Vzorové riešenie**

Prvé číslo si označíme  $x$ , druhé  $y$ . Postupne podľa pravidla zo zadania vyjadríme prvých 8 čísel.

$$x, y, y - x, -x, -y, x - y, x, y$$

Vidíme, že pre ľubovoľné prvé dve čísla  $x$  a  $y$  platí, že siedme a ôsme číslo budú znovu  $x$  a  $y$ . Keďže nasledujúci člen je jednoznačne určený poslednými dvoma členmi pred ním a tieto členy sa zopakovali znovu v tomto poradí, je jasné, že rad čísel od prvého po šieste sa bude opakovať. Sčítajme teraz rad týchto šiestich čísel:

$$x + y + (y - x) + (-x) + (-y) + (x - y) = 0.$$

Prijemné, čo?

Jožkovu postupnosť 51 čísel tvorí osem takýchto 6-číselných radov a tri ďalšie čísla,  $x$ ,  $y$  a  $y - x$ . Použijeme zistenie o nulovom súčte, zapíšeme súčet 51 čísel postupnosti rovnicou a upravíme.

$$8 \cdot 0 + x + y + (y - x) = 42$$

$$2 \cdot y = 42$$

$$y = 21$$

Našou úlohou je určiť ôsme číslo postupnosti a z postupnosti na začiatku riešenia vidíme, že je to  $y$ . Riešenie teda máme rovno pod nosom:  $y = 21$ .

**Komentár** Čau decká! Pozrite vyššie, bolo len treba si čísla označiť rôznymi písmenkami a zvyšok riešenia sa pekne zosypal. Jasné, že ste si to na papieri

či do zošita začali skúšať na konkrétnych číslach, ale hocičo ukázané na konkrétnych číslach ste dokázali len a len pre tie čísla, nemôžete to predsa písať do riešenia s predpokladom, že to platí pre všetky... Tak skúste nabudúce myslieť na to, že úlohy treba riešiť všeobecne.

4

opravovali **Kristín Mišlanová a Danu Onduš**

najkrajšie riešenia: Viki Brezinová, Martin Mičko

41 riešení

**Zadanie** Stretli sa 6-bodkové a 4-bodkové lienky (7-bodkové neboli pozvané). 6-bodkové lienky vždy hovoria pravdu, 4-bodkové vždy klamú. Prvá lienka povedala: „Každá z nás má rovnaký počet bodiek“. Druhá lienka povedala: „Všetky lienky, čo sú tu, majú spolu 26 bodiek“. Tretia lienka povedala: „Všetky lienky, čo sú tu, majú spolu 30 bodiek“. Všetky ostatné lienky povedali, že práve jedna z týchto troch lienok hovorila pravdu. Koľko 4-bodkových a koľko 6-bodkových lienok sa stretlo?

### Vzorové riešenie

Pozrime sa najprv na výrok prvej lienky. Ak by vravela pravdu, potom by všetky lienky mali rovnako veľa bodiek, preto by mali 6 bodiek ako prvá a vraveli by pravdu. Výroky druhej a tretej lienky si však navzájom odporujú. Z toho vyplýva, že prvá lienka určite klame. Tiež platí, že ak výroky druhej a tretej lienky nemôžu platiť súčasne, môže platiť najviac jeden z nich.

Ak by neplatil ani jeden z nich, všetky 3 lienky by klamali, teda by klamali aj zvyšné lienky, ktoré tvrdia, že práve jedna z prvých troch vraví pravdu. Z čoho vyplýva, že všetky lienky by boli rovnaké a mali 4 body. Platil by teda výrok prvej lienky, ktorá ako sme si už ukázali, pravdu mať nemôže.

Keďže sme zvyšné možnosti vylúčili, pravdu hovorí buď druhá, alebo tretia lienka, čo je práve jedna z prvých troch, a preto vravia pravdu aj tie ostatné lienky. Ak by hovorila pravdu druhá lienka, tak máme dokopy 26 bodiek. Prvá a tretia majú po 4 body, čo je dokopy 8. Zvyšné vravia pravdu, a preto je súčet ich bodiek deliteľný šiestimi.  $26 - 8 = 18 = 6 \cdot 3$ . Táto možnosť nám vyhovuje.

V prípade, že by pravdu hovorila tretia lienka a ostatné, tak musí byť súčet bodiek po odpočítaní dvoch 4 bodkových lienok deliteľný šiestimi, ale  $30 - 8 = 22$  nie je deliteľné šiestimi.

Jediná možnosť, ktorá vyhovuje zadaniu je, že sa stretli dve 4-bodkové a tri 6-bodkové lienky.

**Komentár** K správne mu výsledku ste dospeli (takmer) úplne všetci, napriek tomu ste mnohí stratili body za rôzne chyby. Najčastejšie to bola domnienka, že prvá lienka klame, pretože na stretnutí sú aj 4-bodkové aj 6-bodkové lienky. Nikde sa však nepíše, že ich neprišlo nula. Mnohí tiež nezvládli vyriešiť prípad, keby klamali všetky 3 lienky a teda aj ostatné. To, že nevieme určiť, koľko ich tam bude, nás vôbec netrápi, keďže prvá lienka by musela klamať aj vraviť pravdu zároveň. Poslednou častou chybou bolo, že ste automaticky predpokladali, že buď

druhá, alebo tretia lienka hovorí pravdu, avšak aj možnosť, že klamú obe, trebalo overiť.

5

opravovala **Katka Krajčiová**

najkrajšie riešenia: Martin Mičko, Michal Kolcun

44 riešení

**Zadanie** Ihrisko malo tvar obdĺžnika ( $ABCD$ ). V strede strany  $DA$  bolo vedierko ( $V$ ) a v strede strany  $CD$  boli hrabličky ( $H$ ). V priesečníku úsečiek  $HA$  a  $CV$  bola zapichnutá lopatka ( $L$ ). Deti sa hádali o tom, koľko krát je Jurkova strana väčšia alebo menšia ako Petkova. Jurko mal ihrisko vymedzené bodmi  $ABCL$  a Petko zasa  $HDVL$ . Pomôžte deťom zistiť, aký je pomer obsahov ich ihrísk.

**Vzorové riešenie** (podľa Martina Mička)

Trojuholník  $AHD$  má obsah 4-krát menší ako obdĺžnik  $ABCD$ , pretože má polovičnú základňu oproti jednej zo strán obdĺžnika a výšku rovnakú ako druhú stranu obdĺžnika. To isté platí pre trojuholník  $CDV$ . Vieme, že trojuholníky  $VAL$  a  $CHL$  majú rovnaký obsah, pretože oba majú obsah štvrtiny obdĺžnika  $ABCD$  mínus obsah štvoruholníka  $VLHD$  (v ňom sa horeuvedené dva trojuholníky prekrývajú). Ďalej vieme, že trojuholníky  $VAL$  a  $DVL$  majú rovnaký obsah, pretože majú rovnako dlhú základňu a tú istú výšku. To isté platí pri trojuholníkoch  $CHL$  a  $HDL$ . Ale keďže aj  $VAL$  aj  $CHL$  majú rovnaké obsahy, všetky tieto 4 trojuholníky majú navzájom rovnaké obsahy.

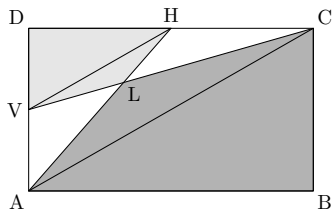
Tri tieto trojuholníky majú dokopy obsah štvrtinu obsahu veľkého obdĺžnika, lebo, ako sme si už na začiatku povedali, obsah  $AHD$  je štvrtinový a ten sa skladá z troch týchto trojuholníkov. Preto obsah jedného z tých malých trojuholníkov (a teda každého z nich) bude dvanástinou obsahu obdĺžnika ( $1/4 \cdot 1/3$ ). Štvoruholník  $VLHD$  obsahuje 2 tieto trojuholníky, preto je jeho obsah  $2/12$  obsahu obdĺžnika, a obsah štvoruholníka  $ABCL$  je doplnok obsahu útvaru  $ADCL$  k obsahu obdĺžnika. Útvar obsahuje 4 trojuholníky, preto jeho obsah sú  $4/12$  obsahu celého obdĺžnika, teda obsah štvoruholníka bude  $1 - 4/12 = 8/12$  obsahu obdĺžnika. Ak teraz porovnáme ich obsahy, dostávame  $8/12 : 2/12 = 4 : 1$ .

*Iné riešenie (pokročilejšie):*

Do obrázku si prikeslíme ešte úsečku  $AC$  a úsečku  $VH$ , ktorá je zároveň stredná priečka trojuholníka  $ACD$ , a preto má polovičnú dĺžku ako strana trojuholníka s ňou rovnobežná -  $AC$ . Teda  $|AC| = 2 \cdot |VH|$ .

Rovnako ale aj  $|AB| = 2 \cdot |DH|$  (lebo  $|AB| = |DC|$  a  $H$  je stred strany  $DC$ ) a z rovnakého dôvodu aj  $|CB| = 2 \cdot |DV|$ . Ak sa teda pozrieme na trojuholníky  $DHV$  a  $BAC$ , vidíme, že sú podobné (s koeficientom 2), lebo každá strana toho väčšieho je presne dva krát väčšia, ako zodpovedajúca strana menšieho.

Vezmime si teraz nejaký úplne iný trojuholník. Náhodný. Zostrojme v ňom všetky tri stredné priečky. Super. No ale čo (ne)vidíme: veľký trojuholník sa nám rozdelil na 4 zhodné minitrojuholníky, všetky podobné s veľkým trojuholníkom! (Že sú



navzájom zhodné a s veľkým podobné, nám je jasné kvôli tomu, že majú všetky rovnaké uhly, keďže stredné priečky sú rovnobežné so stranami trojuholníka.) Dokonca však vieme, že strana ktoréhokoľvek z týchto trojuholníkov je polovičnej veľkosti, ako k nej zodpovedajúca strana veľkého, pôvodného trojuholníka. Teda ich koeficient podobnosti je 2. Keďže obsah súčtu štyroch zhodných malých trojuholníkov je rovný obsahu veľkého trojuholníka, môžeme všeobecne prehlásiť, že obsah jedného z nich je štvrtinou obsahu trojuholníka s dvakrát väčšou stranou. Preto, ak tento poznatok teraz aplikujeme na naše podobné trojuholníky, dostávame, že ich obsahy sú v pomere 1 : 4.

Všimnime si ale, že aj trojuholníky  $LVH$  a  $LCA$  sú si podobné, a dokonca s takým istým koeficientom podobnosti (2), lebo tam máme dve dvojice striedavých uhlov, keďže  $VH$  je rovnobežné s  $AC$ . Sú to dvojice uhlov  $HVC$ ,  $ACV$  a  $VHA$  a  $CAH$ . Preto sú podobné podľa vety  $uu$ . A keďže  $CA$  je dvakrát väčšie ako  $VH$  (zodpovedajúce si strany), ich koeficient podobnosti je tiež 2! Môžeme teda uplatniť rovnakú taktiku a usúdiť, že obsah trojuholníka  $ACL$  je 4 krát väčší, ako obsah trojuholníka  $LHV$ . Teda ich obsahy sú v pomere 1 : 4.

Keďže  $S_{VHL} : S_{CAL} = 1 : 4$  a aj  $S_{DVH} : S_{BCA} = 1 : 4$ , tak aj  $(S_{VHL} + S_{DVH}) : (S_{CAL} + S_{BCA}) = 1 : 4$ , teda v normálnej reči - celé naše územie  $DVLH$  bude štvrtinou obsahu územia  $ABCL$ . Tadáá! Ich pomer je teda jedna ku štyrom.

**Komentár** Najčastejšou chybou, čo ste vo svojich riešeniach robili, bolo porovnávanie obsahov trojuholníkov na základe ich koeficientu podobnosti bez toho, aby ste ukázali ich podobnosť. Okrem toho, pár z vás, čo sa rozhodlo úlohu riešiť bez delenia Petkovej a Jurkovej plochy na trojuholníky, chceli určiť rovno podobnosť štvoruholníkov. To je síce tiež dobrý postup, a pri správnom použití vedie k riešeniu, no podobnosť štvoruholníkov sa nedá určovať len na základe rovnakého pomeru všetkých 4 strán, tak ako sa to dá pri trojuholníku. Pretože tu uhly nie sú pevne viazané od dĺžky strán (štvoruholník vieme „spučiť“, trojuholník nie).

6

opravovali **Henka Micheľová** a **Žanetka Semanišínová**

najkrajšie riešenia: Frederik Ténai, Martin Šteško

46 riešení

**Zadanie** Fast food má ponuku jedál od čísla 1 do 47 000. Ja som si objednal také jedlá, ktorých čísla išli po sebe a ich súčet bol 15 015. Objednávku ale musíš diktovať od najmenšieho čísla po najväčšie. Kolkými spôsobmi som si mohol objednať jedlá?

### Vzorové riešenie

Na začiatku nášho riešenia si musíme ujasniť niekoľko vecí. V prvom rade, čísla jedál máme až do 47000, takže ak aj si objednáme len jedno jedlo, to môže mať číslo najviac 15015, takže počet jedál v ponuke nás určite neobmedzí pri výbere možností. Ďalej si tiež môžeme všimnúť, že vo chvíli, keď si vyberieme nejaké jedlá, máme zadané poradie, v akom ich máme diktovať, teda si vieme tieto jedlá objednať už len jedným spôsobom. Navyše, pokiaľ určíme počet jedál, ktoré si

objednáme, určite vieme takéto jedlá s po sebe idúcimi číslami vybrať len jedným spôsobom, pretože ak by sme si vybrali inú skupinu jedál, začínala by menším alebo väčším číslom, takže súčet čísel jedál by bol určite iný než 15015.

Z týchto informácií vieme vyvodit', že každý spôsob, ktorým si môžeme objednať jedlá, je určený počtom jedál, ktoré si objednáme. Poďme sa teda pozrieť, čo platí pre tento počet vo všeobecnosti.

Označme si najnižšie číslo jedla z našej objednávky  $a$ , potom keď sme si objednali  $n$  jedál, tak sme si objednali jedlá s číslami  $a, a + 1, a + 2, \dots, a + n - 2, a + n - 1$ . Súčet týchto čísel je potom  $n \cdot (a + a + n - 1)/2 = n \cdot (2a + n - 1)/2$ . Tento výraz platí, lebo ak si pod každé číslo postupnosti napíšeme túto postupnosť v opačnom poradí, teda pod číslo  $a$  si napíšeme číslo  $a + n - 1$  atď., tak z tohto zápisu vidíme, že máme  $n$  stĺpcov, kde v každom stĺpci je súčet čísel  $2a + n - 1$  a nakoľko chceme súčet iba jednej postupnosti, tak celý súčet vydělíme 2, čím dostávame vzorec, ktorého platnosť sme chceli dokázať.

Vieme teda, že platí  $n \cdot (2a + n - 1)/2 = 15015$ , odkiaľ  $n \cdot (2a + n - 1) = 30030$ . Máme teraz súčin dvoch prirodzených čísel ( $a$  aj  $n$  sú prirodzené, takže aj obe tieto čísla) rovný 30030, oba činitele teda musia byť delitele 30030, ktorých súčin je rovný tomuto číslu. Číslo 30030 rozložené na prvočísla je  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ . Tieto prvočísla vlastne chceme rozdeliť v súčine medzi tieto dva činitele, ale musí platiť, že číslo  $2a + n - 1$  bude väčšie ako  $n$ , pretože je väčšie o  $2a - 1$  (čo je kladné, keďže  $a$  je aspoň 1). Prvočísel v rozklade máme 6, každé môžeme priradiť jednému z dvoch činiteľov, čiže pre každé máme dve možnosti, máme teda  $2^6 = 64$  možností. Každé rozdelenie činiteľov na dve skupinky sa nám však opakuje dvakrát, lebo činitele sa len prehodia medzi  $n$  a  $2a + n - 1$ . My však vieme, že  $n$  je menšie než  $2a + n - 1$ , počet možností teda musíme vydeliť dvomi, dostávame teda 32 možnosti.

Posledná vec, ktorú si musíme overiť, či budú čísla  $n$  aj  $a$  prirodzené. Číslo  $n$  je priamo deliteľom 30030, takže určite bude, číslo  $a$  musíme odvodiť. Platí, že  $2a + n - 1 = 30030/n$ , teda  $2a = (30030/n) - n + 1$ . Potrebujeme teda, aby pravá strana bola párna, aby nám vyšlo prirodzené  $a$ . To overíme jednoducho - ak je  $n$  nepárne, číslo  $30030/n$  je párne, zmenšené o  $n$  je nepárne a zväčšením o 1 dostaneme párne číslo. Naopak, ak je  $n$  párne, číslo  $30030/n$  je nepárne, zmenšené o  $n$  je nepárne a zväčšením o 1 dostaneme párne číslo. Takže pri každej z týchto možností dostaneme prirodzené  $a$ .

Dospeli sme teda k tomu, že vyhovuje všetkých 32 možností (vrátane tej, keď si objednáme jedno jedlo).

**Komentár** Do tejto úlohy sa vás veľa nepustilo, čo bola škoda, lebo mnohým sa podarilo nájsť aspoň pár myšlienok na nejaké tie bodíky. Väčšina z vás sa zaoberala skôr aritmetickým priemerom týchto čísel a delila si číslo  $n$  na prípady, keď je párne a nepárne. Táto úvaha však vyžadovala mnoho čiastkových myšlienok, ktoré v takmer žiadnom riešení neboli tak poriadne a systematicky odôvodnené, ako by sa žiadalo. Poriadne odôvodňovať je však dôležité, a to nielen pre nás, ako



opravovateľov, ale tiež pri vymýšľaní samotného riešenia, lebo mnohí z vás potom zabudli na niektoré fakty, a tak postrácali body. Tí, ktorí ste sa pustili do skúšania a vypisovania možností, ste na druhej strane strácali na tom, že ste sa rozhodli poslať nám už len zoznam tých, ktoré vyhovovali. Bohužiaľ vtedy nevieme overiť, či ste naozaj postupovali správne, a to vás tiež pripravuje o body.

## Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, 1–6 sú body za jednotlivé úlohy a CS je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
1.	Michal Masrna	8. B	ZKro4KE	54	9	5	9	9	9	8	<b>106</b>
2.	Frederik Ténai	7. B	ZAngeKE	53	9	8	9	8	-	9	<b>105</b>
3. – 4.	Viktória Brezinová	Kvarta	GAlejKE	54	9	5	9	9	9	9	<b>104</b>
	Martin Števkó	Kvarta	GAlejKE	54	9	5	9	9	9	9	<b>104</b>
5.	Samuel Krajčí	Kvarta	GAlejKE	54	9	5	9	8	9	9	<b>103</b>
6.	Matej Štencel	7. A	ZŠkoIMG	52	9	7	9	9	7	6	<b>102</b>
7.	Tomáš Chovančák	8. B	ZKro4KE	52	9	5	9	8	9	7	<b>101</b>
8.	Matej Hanus	8. A	ZKro4KE	54	9	5	9	9	9	-	<b>100</b>
9.	Samuel Banas	Sekunda	GSNP PN	53	9	6	9	9	4	-	<b>99</b>
10. – 11.	Soňa Špakovská	7. C	ZTomKe	54	9	5	9	9	-	-	<b>95</b>
	Lujza Milotová	7. A	ZBrusKE	46	9	7	9	7	8	4	<b>95</b>
12.	Klára Hricová	7.	ZKro4KE	46	9	3	9	9	3	9	<b>94</b>
13.	Róbert Sabovčík	8.	ZKro4KE	50	8	5	9	5	8	8	<b>93</b>
14.	Jakub Farbula	Sekunda B	GAlejKE	39	9	9	8	9	-	-	<b>92</b>
15.	Norbert Michel	7. A	ZKro4KE	48	9	8	7	6	4	-	<b>91</b>
16.	Martin Melicher	9. A	ZKro4KE	44	9	5	9	9	9	5	<b>90</b>
17. – 18.	Martin Mihálik	Kvarta	GAlejKE	53	9	5	9	6	7	-	<b>89</b>
	Simona Sabovčíková	7. B	ZKro4KE	41	9	5	9	9	7	-	<b>89</b>
19.	Patrik Paľovčík	8. A	ZKro4KE	44	9	5	-	8	9	6	<b>86</b>
20.	Radovan Lascsák	8. B	ZKro4KE	41	9	5	5	9	9	7	<b>85</b>
21.	Nina Mizeráková	II. OA	GMudrPO	36	9	8	9	8	4	5	<b>84</b>
22. – 23.	Filip Csonka	Kvarta	GAlejKE	42	7	5	9	6	7	5	<b>81</b>
	Gabriela Genčiová	7. B	ZKro4KE	48	9	0	-	8	7	-	<b>81</b>
24.	Michaela Rusnáková	Sekunda A	GAlejKE	41	9	1	9	8	1	3	<b>80</b>
25.	Samuel Chaba	Kvarta	GAlejKE	38	9	5	9	6	7	-	<b>74</b>
26.	Michal Kolcun	Sekunda A	GAlejKE	32	9	3	1	7	9	4	<b>73</b>
27.	Martin Mičko	Kvarta	GAlejKE	33	7	5	9	9	9	-	<b>72</b>
28.	Tomáš Miškov	IV.OB	GTr12KE	31	9	5	9	7	7	3	<b>71</b>
29.	Andrea Faguľová	8. A	ZŠkoIMG	36	8	4	9	5	2	4	<b>70</b>
30. – 32.	Martin Šalagovič	Kvarta	GAlejKE	30	9	5	8	9	7	-	<b>68</b>
	Martin Nemjo	Sekunda A	GAlejKE	28	9	4	5	8	-	5	<b>68</b>
	Jonáš Suvák	9. A	ZŠmerPO	34	9	5	3	8	6	3	<b>68</b>

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	CS
33. – 34.	Erik Berta	Kvarta	GAlejKE	35	8	5	5	8	6	-	67
	Vratislav Madáč	Kvarta	GAlejKE	36	8	5	3	9	6	-	67
35.	Dominika Nguyen	Sekunda B	GAlejKE	32	9	1	9	5	-	-	65
36. – 37.	Martin Kánássy	7. B	ZKro4KE	37	8	0	2	2	1	3	61
	Lenka Hake	Sekunda B	GAlejKE	34	8	0	1	8	0	2	61
38.	Benjamín Mravec	8. B	ZKro4KE	29	7	5	3	6	7	-	60
39.	Matúš Farkaš	Sekunda A	GAlejKE	22	3	-	9	7	-	9	59
40.	Soňa Liptáková	8. B	ZKro4KE	26	9	-	-	8	4	-	47
41.	Dávid Erdödy	Sekunda B	GAlejKE	19	8	-	-	6	3	-	44
42.	Tomáš Feciskanin	Sekunda B	GAlejKE	38	-	-	-	-	-	-	38
43.	Filip Tumidalský	Sekunda B	GAlejKE	31	-	-	-	-	-	-	31
44.	Natália Péliová	7.	ZJeleNH	24	-	-	-	-	-	-	24
45. – 46.	Michal Vorobel	II. OA	GMudrPO	21	-	-	-	-	-	-	21
	Martin Kulka	8.	ZSDrienov	21	-	-	-	-	-	-	21
47.	Michal Kavul'a	8. B	ZKro4KE	19	-	-	-	-	-	-	19
48.	František Gábor	8. A	ZKro4KE	12	-	-	-	-	-	-	12
49.	Rebecca Mrvečková	7. B	ZMartZA	8	-	-	-	-	-	-	8
50.	Juraj Roman	Tercia B	GAlejKE	0	-	-	-	3	1	1	5
51.	Matúš Hadžega	Sekunda	GAlejKE	4	-	-	-	-	-	-	4
52.	Martin Polyácsko	Sekunda B	GAlejKE	3	-	-	-	-	-	-	3

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:




  
**hodina deťom**
  
**NADÁCIA PRE DETI SLOVENSKA**
  
 CHILDREN OF SLOVAKIA FOUNDATION



Projekt podporila Nadácia pre deti Slovenska z fondu Hodina deťom

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**

Číslo 6 • Letná časť 28. ročníka (2014/15) • Vychádza 18. mája 2015

Internet: <http://matik.strom.sk> • E-mail: [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Vydáva:** Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1

Internet: <http://www.strom.sk> • E-mail: [zdruzenie@strom.sk](mailto:zdruzenie@strom.sk)