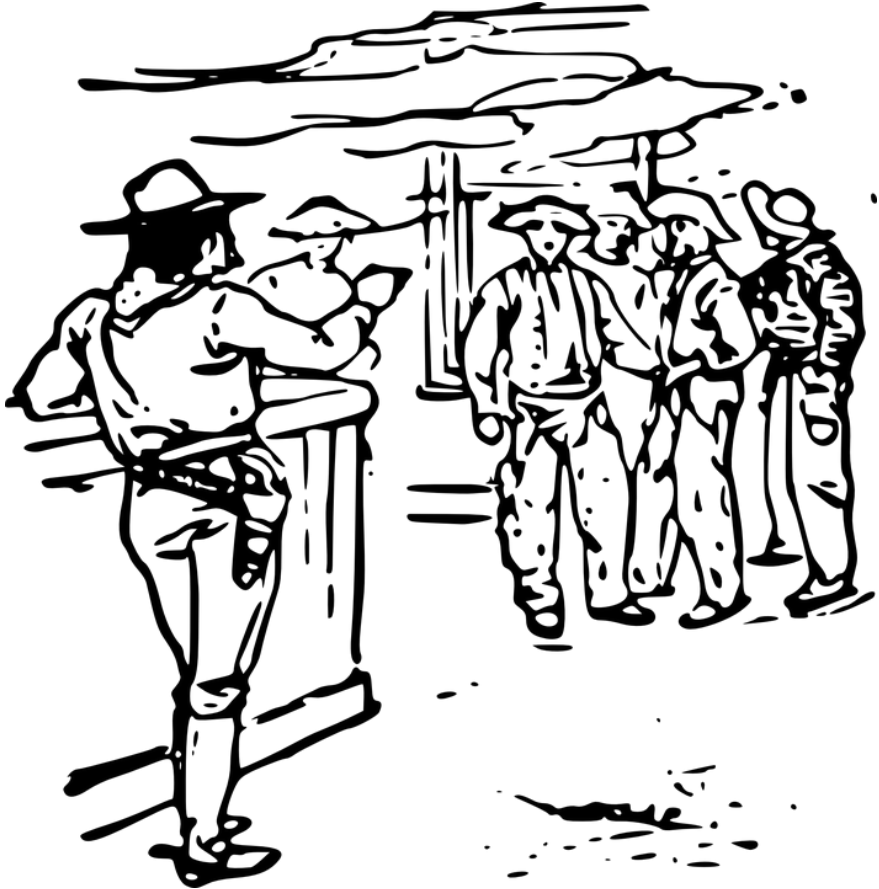


KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 4 – ROČNÍK 32

matik.strom.sk



Ahojte!

Prvý polrok je za nami a s ním aj ťažké písomky. Konečne je tu všetkými dlho očakávaná letná séria *MATIKa*. Tak sa rýchlo pustite do riešenia, aby ste získali tú ultimátnu cenu – pobyt na letnom sústreďení. Prajeme vám veľa šikovnosti a dobrých nápadov pri riešení.

Vaši milovaní vedúci *MATIKa*

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Táboře mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavné podanú matiku a príjemnú spoločnosť.

TMM sa bude konať 11. - 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná a je určené pre budúci siedmakov až budúci druhákov na strednej škole. Kompletne informácie, ako aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (niektorí dokonca až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (tlač časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústreďenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispedia k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia zduzrenie.strom.sk/sk/zduzrenie/2percenta/ a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk.

Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy, alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabitú zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po sériách danej časti ročníka.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie (itakademia.sk). Skôr ako odošleš prvé príklady, je preto potrebné, aby si sa na túto aktivitu prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak už máš konto na portáli registracia.itakademia.sk. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné, a tak, ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bezplatne a pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia, alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Prihlásenie

Prihlásenie do semestra prebieha online, na našej webovej stránke matik.strom.sk. Ak si novým riešiteľom, alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania na sústredenie a tiež aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Na tejto stránke nájdeš takisto svoje opravené a obodované riešenia,

ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

Bodovanie

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro ($3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4$) + 2 = 20 bodov a Marcel ($3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4$) + 5 = 23 bodov. Jasný, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú nasledovne, podľa dĺžky omeškania:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlené nahor
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie

musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať na našej webovej stránke **matik.strom.sk**. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade technických problémov na našej strane posielajte riešenia na e-mailovú adresu **riesenia@strom.sk** s predmetom *MATIK*, vo formáte PDF (každý príklad v samostatnom súbore), najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu **matik@strom.sk**.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **25. marca 2019**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Juraj Taberna pochádzal z bezvýznamného rodu. Jedinou príležitosťou pre príslušníka takéhoto rodu prežiť je nehlásiť sa k nemu. Túto zásadu Juraj poznal veľmi dobre. Z rodinného „sídla“ odišiel už dávno a odvtedy sa pretĺkal životom, ako sa len dalo. Dobrých pár rokov mu to stačilo, ale keď začal lysiť, už ho dobrodružný život omrzol a rozhodol sa usadiť sa.

Dve z najväčších starodávnych obchodných ciest – Žltá a Šafranová – sa pretínajú uprostred rozľahlých močarísk. Ide o najobávanejšie miesto oboch týchto ciest, keďže močiare slúžia ako liaheň nielen komárom, ale aj klanovým bitkám tunajších barbarov. Miesta ako toto priťahujú iba určitý typ ľudí. Jura, ktorý touto križovatkou prešiel mnohokrát s viacerými zo svojich predchádzajúcich zamestnávateľov, medzi nich patril. V túžbe po oáze pokoja vo svojom živote sa rozhodol jednu vytvoriť aj v tomto nehostinnom kraji. Podujal sa za úmorne nasporené peniaze postaviť priamo na križovatke hostinec.

Stavba napredovala rýchlo, pretože vždy sa našiel pár rúk ochotný zarobiť si pár deravých grošov. Ani Juraj nezaháľal. Obchádzal okolité dediny a hľadal tých najschopnejších vo svojich remeslách, aby pracovali U neskrotného diviaka. Po čase sa toto meno stalo novým synonymom pre rušnú križovatku tak, ako sa jeho pečená baranina stala legendárnou v celom kraji.

Vela hostí sa spokojne vrátilo do Jurajovho hostinca, a to aj druhý či tretí raz, ale jeden sa už stal inventárom. Bol známy ako Fúzač a nikto nevedel, odkiaľ sa vlastne vzal. Všetci však vedeli, že jediné, čo mu mohlo brániť v prijatí i tej najpodradnejšej úlohy, bola nedostatočná pláca. Práve takým, akí boli napríklad Fúzačovi majetní chlebedarcovia, vyhradil Juraj salónik v zadnej časti budovy.

Úloha 1

Po dlhom večeri vo vnútri salónika v tvare štvorca $ABCD$ leží opitý kupec E tak, že trojuholník DEC je rovnostranný. Na hrane BC leží špeh F , pričom $|EB| = |EF|$. Aká je veľkosť uhla CEF ?

Všetci pravidelnejší návštevníci vedeli, že Fúzač je horkokrvnej povahy, a tak im, keď jeden neúspešný záujemca o jeho služby našiel odvahu vynadať mu do plúcnicich psov, bolo jasné, že tento stret neskončí len pri urážkach. Kým sa zainteresovaným červenali iba päste a tváre, pokúšal sa ešte Juraj tíšit vzniknutý konflikt. Keď však Fúzač rozbil korbelt o dosku stola, pripravený použiť ho ako zbraň, už len utiekol do kuchyne so všetkým riadom, ktorý sa mu podarilo narýchlo schmatnúť, keďže nezostávalo iné, než minimalizovať škody. Bolo zrejmé, že sa situáciu už nepodarí upokojiť, a tak sa Juraj rozhodol bežať do najbližšej dediny po žandárov.

Ako tam, tak upaloval i nazad. Sám. Žandári Jurajovi vybielili, že sa viac nemôžu starať o to, čo sa deje v jeho hostinci, keďže sa nachádza za hranicou chotára. Pravdaže, keď sa na Bartolomeja vyrubovali dane, richtár tvrdil niečo iné. Hostinský zreteľne chápal, že lenivými žandármi nepohne bez ohľadu na to, či sa mu to páči, a iné páky po ruke nemal, nuž sa prestal pokúšať o nemožné. Účinnšie bolo upratovať spúšť po potýčke. Rozvrátené bojisko by mu peniaze do vrecka nekladalo.

Počas poklusu na križovatku Juraj usúdil, že utiecť bolo neužitočné rozhodnutie, očakávajúc priestory, v ktorých bitka stihla medzičasom dosiahnuť najtrpkější možný vrchol a zanechať za sebou nehorázný neporiadok a aspoň dve osoby rozbité na márne kúsky, z toho prinajmenšom jednu zmyslov zbavenú. O túto úvahu väčšie bolo jeho prekvapenie, keď vkročil do dejiska neľútostného zápasu a zbadal, že napätie sa ešte stále stupňuje. Fúzač, podobne ako väčšina svedkov, podcenil svojho súpera. Ten úspešne vzdoroval útokom protistrany a šarvátka sa zmenila na vcelku vyrovnaný duel, hoci ani zďaleka nie športový. Každú chvíľu ktorýsi schytil ďalší úlomok toho, čo ešte prednávnom bolo nádobou toho či onoho určenia, a zahnal sa rukou plnou črepov a krvi po nepriateľovi.

Zakiaľ nedobrovoľný majiteľ arény obracal hlavu, aby sa presvedčil o detailoch pohľadu na predzvest' generálneho upratovania, ušlo mu, kam sa obracali obaja skr-

vavení zurvalci. Tentoraz sa varovanie v podobe prezývky zo zvieracej ríše, výstražného švihu ruky alebo veľkolepého taseňa nekonalo. Úder zasadený nohou dreveného stola doprostred Jurajovho zátylku bol náhly, presný a tupý.

Úloha 2

U neskrtného diviaka mali pred bitkou tridsať stolov označených prirodzenými číslami 2 až 31. Práve dva stoly patrili do salónika. Aby personál pri inventúre zistil, ktoré dva to sú, používal trik. Na dverách salónika bola tabuľka s číslom, ktoré nebolo deliteľné číslami stolov zo salónika, ale číslami všetkých ostatných stolov áno. Okrem toho, čísla stolov v salóniku nasledovali po sebe. Ktoré dve čísla to boli?

Roky pomaly plynuli a tak ako okolitá krajina sa menil aj hostinec U neskrtného diviaka. Namiesto nekončiacich močiarov mali cestovatelia možnosť na chvíľu pobudnúť v malej, no rušnej dedinke. Za jej vybudovaním stál z veľkej časti aj záujem ľudí o hostinec, ktorému patrilo čestné miesto v strede tejto malebnej usadlosti, hneď vedľa kaplnky, ktorá bola len nedávno vysvätená kňazmi z ďalekého mesta. Jej krásu však zatienovala budova, ktorá sa hrdo čnela po jej pravej strane.

Malý drevený hostinec už pri zväčšujúcom sa ruchu nestíhal plniť svoju úlohu, a tak bola na jeho mieste vystavaná masívna kamenná budova, za akú by sa nemuseli hanbiť ani v Baile, najväčšom meste regiónu. Vo vnútri stál majestátny krb s mramorovou rímsou a portrétom Juraja Tabernu, ktorý sa pred niekoľkými desaťročiami odobral na onen svet, no jeho sláva na tomto ani zďaleka nevychladla.

Toto všetko uvidel aj Ondrej, keď prekročil prah masívnych dubových dverí a rozhladol sa vôkol. Sadol si za jeden zo stolov a objednal si holbu piva. Po krátkom uvážení sa rozhodol neskončiť pri jednej, veď jeho cesta tu bola dlhá a úmorná, zaslúži si odmenu. Zatiaľ ho nikto nespoznával a to bolo dobre. Niežeby bol v týchto končinách ktovie ako preslávený, no chýr o jeho podfukoch a fígloch sa nejakou sprostou náhodou mohol dostať do uší niektorému z hostí, z ktorých mnohí isto precestovali hodný kus sveta.

S jeho ďalším trikom sa mu nechcelo dlho čakať, a tak si nechal zavolať hostinského a predstavil mu jeho najnovší produkt. Nazýval ho samopočet. A umožňoval ľuďom sčítavať čísla. Teda aspoň oni tomu verili, keďže v skutočnosti samopočet fungoval len zriedka.

Úloha 3

Samopočet funguje presne ako kalkulačka. Hostinský chcel na samopočte sčítať niekoľko trojciferných prirodzených čísel. Na prvý pokus dostal výsledok 2224. Pre kontrolu sčítal tieto čísla znova a vyšlo mu 2198. Preto sčítal tieto čísla ešte raz a teraz dostal súčet 2204. Piate pripočítavané číslo zadal totiž vždy nesprávne, lebo pri každom pokuse nestlačil niektorú z jeho cifier dostatočne silno a do samopočtu tak zadal vždy namiesto trojciferného čísla číslo dvojciferné. Žiadne ďalšie chyby pri sčítavaní už nespravil a samopočet taktiež tentokrát fungoval bezchybne. Aký je správny súčet hostinského čísel?

Na rozdiel od fungovania samopočtu, hostinský Ondrejovi pripadal dosť hustý, a to najmä po treťom pive, čo preňho našťastie znamenalo, že sa ho rozhodol ušetriť od svojich pochybných manierov, ktoré už neraz uplatnil v podobných zariadeniach. Preto sa zatváril, že rozhovor je na konci, a samopočet odložil. Napokon, U neskrotného diviaka sa Ondrejovi páčilo, takže by sa mohlo prihodiť, že by sa mu tam neskôr zachcelo zájsť zas. To by mu povest zlodejčeka nehrala do kariet.

Namiesto samopočta vytiahol práve karty. Miešal ich so zručnosťou čarodejníka, ba možno ešte efektnejšie. Vyhadzoval ich do vzduchu a znova chytil kdesi za svojím chrbtom alebo nechal stôl, aby z nich sám poskladal úhľadný talón. To pritiaхло pozornosť štangasta, ktorý sa zatiaľ pri susednom stole občerstvoval, v rozpore s vlastným zvykom, osamote. Prisadol si k Ondrejovi a ten mu ponúkol možnosť zamiešať si balíček a potiahnuť si z neho kartu. Balíček teda zamiešal, hoci nie tak zručne ako Ondrej, ale predsa bez zaváhania, a lízol si trefového kráľa. Zrazu zmizol amulet, ktorý nosil na krku. Keďže, ako bolo U neskrotného diviaka príznačné, bol aj tento hosť vcelku scestovaný, už stretol pouličných mágov a myslel si, že sa práve začína akýsi trik, veď aj tých kariet bolo podozrivo málo. Ondrej ho nechal narábať s kartami ďalej. Muž ich bezmyšlienkovito zamiešal opäť a potiahol si novú kartu. Bola to piková dáma.

Kým podnapitý Ondrej vychvaloval samopočet, ostatní zákazníci sa odvracali. Potom, ako si k nemu prisadla osobnosť miestneho významu, spozorneli. Skôr, než sa jej bez stopy stratil jej najsilnejší magický predmet, sa stali obecenstvom v pravom slova zmysle. Samotný odchod ochranného kameňa do neznáma ani neglosovali. O to hlasnejšie sa ozvali, keď videli pravidelného návštevníka vypustiť dušu a odkvácnuť priamo za stolom bez známky života. Krátko na to zmizli aj Ondrejove karty za zvuku zlomyseľného smiechu, ktorý všetci prítomní počuli prichádzať odkiaľsi zďaleka.

Vtedy sa Ondrej pozrel na dno hrnčeka, nakoľko poslednú holbu ešte nemal dopitú, a súčasne k onomu drevenému dnu prirovnal svoje rozpoloženie. Takto zle skončiť nemienil ani v horších krčmách, kam nemal v úmysle sa vrátiť po zvyšok života. A to chcel pôvodne dokonca čestne zaplatiť za kvalitné služby! Čo už, okolnosti dotlačili Ondreja, kam ho dotlačili, a z dna bývajú iba dve cesty – späť a skrz. Ondrej by nerád prerážal dno aj s celou svojou minulosťou, hoci by mohla byť riadnym kladivom, a tak uprednostnil pokus vzchopiť sa a ísť ďalej s tolkou čtou, kolkú len vedel pozbierať. Za jedným stolom so záhadne nebohým obľúbencom by jej nenahobil ani za náprstok, čiže konečným rozhodnutím bol poctivý útek.

Ondrej sa ešte nerozhodol, ktorou cestou sa pustí preč z križovatky, a už ho držali spolustolovníci a krikom mu objasňovali miestnu obyčaj. Hosť sa pri prvom pokuse ujst' ešte netresce ako vierolomný dlžník, lež je vyzvaný pánom domu na duel. Ak prehrá, čo sa proti trénovanému súperovi očakáva, má šancu zaplatiť svoju útratu a ešte tucet ďalších takých ako pokutu – druhou možnosťou sú žandári. Ak ale vyhrá, dlh mu je odpustený a okrem toho má právo vysádzať na stôl tolko otvorov, koľko

ich je na budove, to jest štyridsaťsedem deravých grošov, a stať sa novým vlastníkom. Tento zvyk zaviedol prvý hostinský v časoch, keď sa ešte ponuka pre víťaza dala odmietnuť. Hostinec sa ale medzičasom rozšíril a nadobudol veľmi dobré meno, takže štyridsaťsedem grošov znelo ako chudácky vtíp. Našťastie pre telesné zdravie vyzvaných neborákov mal duel podobu stolnej hry. Volala sa pútnická dáma, lebo sa stalo zvykom medzi pocestnými nosiť ju pri sebe a zabaviť sa ňou s kdejakou spriaznenou dušou.

Úloha 4

Na špeciálnom stolčeku, ktorý hostinský vynesol zo zadnej časti kuchyne, bola na pozadí umeleckého stvárnenia niekdajšej križovatky uprostred divočiny vyrezaná mriežka 8×9 políčok. V juhozápadnom rohu (políčko A1) leží hrací kameň. Pohybuje sa z políčka na políčko. Na ploche je tiež čierny stĺp, cez ktorý sa nedá pohybovať (ani preskočením). Dvaja hráči sa striedajú v ťahoch kameňom o ľubovoľný počet políčok na východ alebo sever. Víťazom je ten, kto dostane kameň svojím ťahom do cieľa (políčko H9). Rozhodnite a odôvodnite, či pre niektorého z hráčov existuje víťazná stratégia. Ak áno, popíšte ju. (Víťazná stratégia je návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H									
G									
F									
E									
D									
C									
B									
A									

Ondrej ako skúsený švindliar duel bez väčších ťažkostí zvládol a mohol sa pobrať na cestu. Po mnohých mesiacoch putovania ho však túlavé topánky zanesli naspäť do hostinca U neskrotného diviaka. Ten sa medzičasom zmenil na nepoznanie. Vytratila sa z neho domácka atmosféra, ktorú mu rázne vštepoval bývalý hostinský. Namiesto toho špinavá, zatuchnutá sieň zívala prázdnotou a nepríjemne páchla. V jej útrobach sedeli len ľudia, ktorí boli natoľko spití, že si všadeprítomnú špinu ani nevšimli. Z ponuky sa vytratila pečená baranina a domáce pivo. Jediné, čo hostinský nalieval, bola lacná vodka dovážaná odkiaľsi z východu. Keď chcel človek niečo zajesť, tak mal na výber medzi poloplesnivým krajcom chleba s hrudkou syra a gulášom z mäsa nevedno akého.

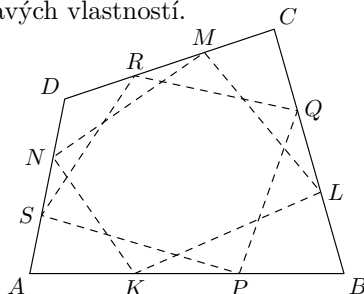
Akoby tieto zmeny neboli málo, nový, trufalý, lakomý hostinský sa rozhodol zmeniť aj tvar celého podniku. V snahe spraviť veľkú sieň ešte väčšou a nahnať tam viac

Ľudí sa rozhodol premeniť útroby Neskrotného kanca na drevenú opachu. Spočiatku sa Ondrej len znechutene ksichtil, no čoskoro v ňom prevládla figliarska nátura a začal si miestnosť premeriavať pozornejším pohľadom, aby mohol vyhútať, či sa jej novonabudnuté črty nedajú zneužiť na akýsi z jeho trikov.

Všetky takéto obhliadky, a veru si vo svojom živote zažil neúrekom, začínajú jednoduchým odhatnutím rozmerov a tvaru miestnosti. Po chvíli zistil, že miestnosť má zaujímavý tvar a potenciál mať niekoľko zaujímavých vlastností.

Úloha 5

Miestnosť má tvar konvexného štvoruholníka $ABCD$ (to znamená, že všetky jeho vnútorné uhly majú menej ako 180°). Každá stena miestnosti je dvoma stolmi rozdelená na tri rovnako dlhé úseky ako na obrázku (stoly sú K, P, L, Q, M, R, N, S). Dokážte, že oblasti $KLMN$ a $PQRS$ majú zhodný obsah.



Sklamaný Ondrej si rutinne objednal, za čo neplánoval zaplatiť, okradol hostinec o priemernú týždennú tržbu a povedal si, že má lepšie veci na práci. Zbalil si svoje veci aj jednu prašivú deku, ktorá nebola jeho, a pobral sa cestou za svetlejšim zajtrajškom.

Zakiaľ sa Ondrej uberal na východ, ochudobnený krčmár sa práve odtiaľ vracal. Ondrej párkrát zručne mihol očami a krčmár si ani neuvedomoval, že niekoho vidí. A vôbec, prečo by podozrieval starca z niečoho nekalého?

Od predchádzajúceho hostinského, ktorý kedysi na svoju veľkú úľavu nemusel Ondrejovi predať celý hostinec, ho zdedil súčasný, aj keď neboli príbuzní. V pútnickej dáme porazený sa totiž rozhodol ešte za svojho života odovzdať hostinec niekomu, kto ho zveladí a bude usilovať o dobré meno aspoň tak ako on sám. Následne zistil, že podľa všetkého si blbo vybral, ale už ho to nestihlo trápiť veľmi dlho.

Úloha 6

Na cintoríne tvoria hroby políčka mriežky 2019×2019 . Na každom z hrobov uvidí okoloidúci ľaliu, gerberu, chryzantému alebo mach (práve jedno z toho). Štvorec z hrobov veľkosti 2×2 vždy zahŕňa každú rastlinu. Dokážte, že niekde na cintoríne existuje rad hrobov 2019×1 alebo 1×2019 , ktorý obsahuje iba dva druhy rastlín.

Línia majiteľov hostinca, ktorí sa viac ako o jeho povest a výzor zaujímali o jeho vyzýmkanie do posledného groša, pokračovala ešte niekoľko desaťročí. Z vychýreného hostinca sa pomaly stala obyčajná bohapustá krčma, dúpá tých najväčších ožranov, ktorí sa k nej zbíhali ako krkavce k čerstvo zabitej zveri. Nič však netrvá večne, a tak sa aj táto nepríjemná situácia zmenila k lepšiemu.

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najekôr do **29. apríla 2019**

V neďalekom potoku sa mnoho vody muselo preliať, aby bola niekdajšia povest hostinca obnovená. Zaslúžil sa o to pomerne nevýznamný, no zato rýchlo napredujúci rod Xil. Tí sa okrem svojej usilovnosti vyznačovali aj neobyčajnou nudnosťou, aká sa nedá naučiť, len zdediť. Vďaka tomuto vplyvu sa menila aj klientela U neskrotného diviaka. Miestna smotánka sa tu pravidelne v sobotu večer stretávala na partičku bridžu či kanasty, a tak mohli niekdajší štamgasti len spomínať na staré dobré časy, keď tu pri slabom svetle sviečok mastili mariáš či poker.

V jedno teplé júnové popoludnie do tejto oázy pokoja zavítal koč. Už na prvý pohľad bolo každému jasné, že to je koč nejakého vikomta či možno až baróna. A skutočne. Hostinec sa svojou prítomnosťou rozhodol poctiť barón Martin, vychýrený záletník a krásavec. Sebavedomo vpochodoval do stredy hlavnej siene a rozkázal si baraniny, najlepšieho vína a krásnej devy, ktorá by mu to všetko doniesla. Ako každý správny hostinec aj U neskrotného diviaka týmito vecami disponoval, a tak boli Martinove želania splnené skôr, ako by jeden stačil Otčenáš odriecť.

Po výdatnom občerstvení sa barón rozhodol prejsť rovno k veci a požiadať hostinec o usporiadanie jeho (už siedmej) rozlúčky so slobodou. Hostinský nelenil a už začal premýšľať nad nutnými zmenami v hostinci.

Úloha 1

V hostinci je 12 štvorcových stolov so stranami 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6. Barón chce mať tieto stoly rozdelené na dve skupiny tak, aby bol v oboch skupinách rovnaký súčet obsahov aj obvodov štvorcov. Dokážte, že túto barónovu požiadavku v tomto hostinci nemožno splniť.

Martin si objednal ako vrchol večera mladého srnca. To bolo značne náročné pranie, ale barón mal plné vrecká peňazí a bol ochotný ich vynaložiť, nuž sa hostinský zdržal odmietavého postoja v očakávaní, že si snáď onedlho uvedomí, že v takom čase by ani psa nevyhnal, nie to ešte srnca vlastného syna. Nemal sa však čoho dočkať. Kým sa barón zdržiaval mimo svojho panstva, jeho lénný pán sa rozhodol vytiahnuť do vojny. V neprítomnosti lénnik nebol zastúpený a kráľov nárok na mužstvo nebol uspokojený. Pretože na hrade vedeli, že by si z toho barón nerobil ťažkú hlavu, lebo do budúcnosti sa nepozeral dvakrát najďalej, nikoho za ním neposielali. Posla vyslali na cestu, až keď sa o Martinovom úpadku do nemilosti najvrchnejšej vrchnosti dozvedela jeho nastávajúca a z obavy, že by milostpán prišiel o svoj šľachtický titul a zostala by zasnúbená pod svoju úroveň, plánovaný sobáš zrušila.

Hoci sa Martin obyčajne správal veľkoryso, teraz mu nedalo zaplatiť za celú hostinu, ktorá sa nekonala. Preto sa dohodol so svojím sprievodom, že sa nenápadne vyparí. V noci zmizli bez jedinej stopy. Teda, ak nepočítame stopy v pravom slova zmysle všade naokolo, snečné ráno v čase odchodu a okrádaného hostinského priamo pred hlavnými dverami sledujúceho rozpačitého útek. Nechal ich odísť, pretože

už predtým sa bol pozrieť do barónovej izby a našiel tam zabudnuté dva mešce plné zlata. Spokojný na svojich nablýskaných nových dvojramenných váhach overil pravosť mincí a pobral sa dospať. Hostia z vyššej spoločnosti nezvykli prichádzať veľmi skoro ráno a o tých pár výnimiek sa vedel postarať aj syn.

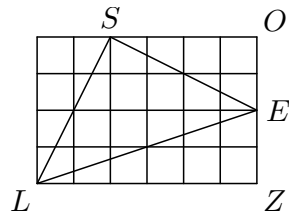
A to aj napriek tomu, že Xil junior vôbec nebol doma. Pred pár dňami sa totiž vybral do hory obzrieť sa po tom srcovi. Nemal vysoké očakávania, čo sa úlovku týkalo, ale už ten výlet mu dobre padol. Škaredé počasie mu neprekážalo. Pohyboval sa koňmo a strieľal z kuše. Strieľal aj vtedy, keď sa iba niečo pohlo za vetvami, nebál sa.

Barón Martin sa so sprievodom ponáhlal, a predsa napreďoval pomaly. Po dni sa rozhodol na spôsob tých, čo nemali kam inam hlavu zložiť, táboriť iba tak, pri lesnej ceste. Kým spal, jeho družina vstala, olúpila ho o zvyšok cenností a utiekla. Pobudila aj niektorých sluhov, tí sa v strachu z pánovho hnevu, ale najmä na základe pozorovania, že im už nemal čím zaplatiť, rozpáchli rôznymi smermi. Väčšina sa vrátila na veľkú križovatku, lebo práve tam bola často príležitosť nájsť si prácu. Pohonič sa pokúšal rokovať s barónovými kumpánmi, ale dvorania boli neoblomní a vyhnali aj jeho. Ušli aj s kočom.

Martin sa ráno zobudil a bol zmätený. Keďže bol na úteku, celú cestu dával neobyčajne dobrý pozor a pamätal si pomerne presne smer k miestu, kde nocoval o deň skôr. Rozhodol sa skrátiť si cestu a nedržať sa vyjazdenej trasy. Už poldruha dňa nejedol a istý čas ho kvánila akási choroba, nuž kráčal pomaly. V takom stave našla baróna Martina smrť. Zbaveného posledných kúskov hrdosti nezodpovednosťou a všetkej cti zbabelosťou, opusteného predstavenými, seberovnými aj podriadenými, ochudáčeného a zúboženého. Vysilený vykrvácal po zásahu šípkou hostinského syna. Ten v domnienke, že minul, odcválal preč.

Úloha 2

Kým prírodu si obľúbil, kartové hry otcových zázobaných hostí z duše neznášal. V štvorcovej sieti je trojuholník LES ako na obrázku. Určte súčet $|\checkmark ZLE| + |\checkmark ESO|$.



Po týchto incidentoch sláva hostinca rýchlo upadla, a tak sa ho hostinský rozhodol predať ešte predtým, ako sa jeho hodnota celkom vyparí. Nájst kupca však nebolo jednoduché a po niekoľkých premárnených mesiacoch sa celá rodina našla až po krk v dlhoch. A ako to už v takýchto prípadoch chodí, odplata na seba nenechala dlho čakať a čochvíla pribudlo na miestnom cintoríne niekoľko nových náhrobných kameňov. Hostinec sa tak stal dúpätom miestnej mafie, ktorá sa špecializovala na export nelegálnych látok povzbudzujúceho charakteru.

Ak by ste si však mysleli, že týmto celé okolie utrpel, boli by ste na veľkom omyle. Dedina z tohto výnosného obchodu profitovala a čoskoro na mieste malebnej, no krpatej osady vyrástlo významné kupecké mesto, ktoré vďaka svojmu novému exo-

tickému tovaru lákalo ľudí z ďalekých končín. Jedným z tých, čo prišli za vidinou rýchleho zbohatnutia, bol aj Kornel, známy mystik, alchymista a učenec. Prenajal si izbu v najvyššej veži hostinca a už čoskoro ju premenil na svoju študovňu, vyzeralo, že tu ostane na dlhší čas.

Po večeroch k nemu často prichádzali miestni mystici, skúšajúc dosiahnuť schopnosti svojho idola. Títo poväčšinou starí páni sa stali obľúbeným terčom posmechu Lotte a Dieterovi, detom vtedajšieho majiteľa.

Úloha 3

Lotta má 16 rokov, Dieter 12. Pri pozorovaní a obsluhovaní tejto podivuhodnej spoločnosti starých alchymistov si všimli, že ak Lotta pridá svoj vek k vekom alchymistov, tak sa ich priemerný vek zníži o 10 rokov. Ak sa k Lottinmu veku pridá aj ten Dieterov, tak sa priemerný vek zníži o ďalších 8 rokov. Aký je priemerný vek spoločnosti alchymistov?

Po istom čase sa Kornel rozhodol šíriť svoje vedomosti prostredníctvom kníh. Bol to dobrý spôsob, ako si zaplatiť nielen trvalý pobyt v hostinci, ale aj potreby na ďalšie pokusy. V tom čase sa vo veži začali okrem lysých pánov objavovať aj útle deti, ktoré prepisovali Kornelove texty. Nešlo o siroty alebo deti žobrákov, ktoré by si zarábali na vzácnu skyvu chleba. Naopak, mešťania posielali s radosťou svoje deti k alchymistovi, lebo budúcnosť učenca sa im videla lákavá a množenie odborných diel vzdelávalo účinnejšie než vyberaní domáci učitelia tej doby, no zároveň nestálo zámožných rodičov ani groš. Keď sa niektorý mystik pokúsil Kornela na smiech obrátiť, vyčítajúc mu, že prevádzkuje školu, mudrc sa odpovedi vyhol. Nestály príjem bol preňho hoden viac ako stála závisť, teda bol názoru, že je na tom podstatne lepšie než protistrana a že to nenačím meniť.

Úloha 4

Kornel sa chcel zblížiť so svojimi pisárkami a svojimi dôstojnými poslucháčmi a to sa najlepšie robí pri riešení spoločného problému. Oznamil im preto: „Milé deti, všimol som si, že ak by vás bolo v miestnosti dvakrát viac, ako je teraz, a potom by jedno z vás odišlo, tak by váš počet bol deliteľný počtom učencov, ktorí sú teraz v miestnosti. Rovnako, ak by bol počet učencov v miestnosti dvojnásobný a jeden z nich by potom odišiel, tak by ich počet bol deliteľný počtom detí, ktoré sú teraz v miestnosti. Skúste teraz spoločne nájsť všetky možné počty detí a učencov v miestnosti.“

Mystik sa postupne začal dostávať do sporov s tými, čo od neho požadovali výpalné. Pre obe strany bola silná konkurencia nepríjemná – mafiáni nechceli, aby niekto poskytoval ochranu mešťanom, alchymista zase, aby nejakí nevzdelanci pripravovali podarené náhrady jeho drahých substancií. Takto sa nejakú dobu ťahali za prsty, hoci Kornel už uvažoval, že spolupráca by možno bola osožnejšia. Potom si povedal, že kto chce s vlkami žiť, musí s nimi vyť, nuž navrhol obchodníkom s násilím podmienky, akým rozumeli.

Dohoda bola spečatená, obchod naďalej prekvital a obe strany si navzájom poza chrbty predávali pod cenu. Nebolo toho, komu by to klalo oči, teda sa stav zase upokojil.

Medzičasom v hostinci bol zmietaný vlastným životom Dieter. Hojne sa venoval prepisovaniu Kornelovej tvorby a súčasne bol často pod vplyvom niektorej z jeho pochybných zmesí. Okrem toho sa stretával po nociach s podobne si nazívajúcou mládežou a to na ňom zanechalo otázne následky. Isté však je, že si našiel verného priateľa. Bol to Oto, syn kupca, zapodievajúceho sa nákupom, rozvozom a predajom výbušnín. Jedného dňa prišiel aj s Otom, práve spoznávajúcim taje remesla, do mesta, ubytoval sa U neskrotného diviaka a plánoval sa preskúmať miestny trh, netušiac, že je viac než plne obsadený. Ďalšieho dňa za záhadných okolností zmizol. Otovi nezostávalo iné, než tráviť dni v Kornelovej veži a klamať hlad, čím sa len dalo, večer sa pokúsil uchmatnúť nejaké zvyšky z hostinca a po zvyšok noci sa ponevierať po uliciach. Kupecké zručnosti ešte nenadobudol, nemal sa ako uživiť. Každopádne veľmi dobre vedel, že otcov voz aj s nejakým tovarom ešte vždy stál na kraji mesta. Na počudovanie, nikto ho nepoškodzoval. A vôbec, Otovi sa zdalo, že prišiel do akéhosi iného, drsného, ale predovšetkým slušného a dôstojného sveta. Dokonca aj z uličníkov bol najhorší on sám, i keď všetci okrem neho boli domáci. Na druhej strane však počul ľudí rozprávať sa o zmiznutí jeho otca nepohnuto, akoby nešlo o dych vyrážajúci zločin, lež o nejakú všednú pletku pochádzajúcu od smotánky z miestneho šľachtického dvora.

To bola ďalšia vec, čo Otovi neušla. Urodzených a poddaných tu nebolo. Chýbal nielen zámok, aký by sa od sídla takej veľkosti dal očakávať, ale aj akýkoľvek kaštieľ či čo i len kúria. Namiesto takých sídel bol najvýraznejšou stavbou priamo uprostred mesta zájazdny hostinec pre majetných na cestách a vo výzdobe priechelí sa predháňali domy obchodníkov. Chlapcovi to pripadalo až neprirodzené.

Úloha 5

Jednej noci sa Oto chcel zabaviť s Dieterom a tým, čo mu zostalo po otcovi. Zobrali si zo zachovaného voza trhavinu a začali hrať hru. Oto začína a striedajú sa v ťahoch. V každom ťahu si hráč vyberie výbušninu istej sily (z každého druhu majú dostatočne veľa kusov) a vyhodí ňou do povetria aspoň 1 a najviac 5 meštianskych domov (podľa sily trhavinu). Hra sa končí po vopred dohodnutom počte ťahov. Dieter vyhrá, ak je počet zničených domov násobkom 9, inak vyhrá Oto. Nájdite víťaznú stratégiu pre niektorého z hráčov, ak hra končí po:

- 10 ťahoch,
- 11 ťahoch,
- 12 ťahoch.

Po tom, čo spôsobil, zostala z viacerých častí mesta celkom prirodzená spúšť. To spustilo reťazovú reakciu. Najprv boli obaja chlapci za svoje skutky potrestaní. Nemali šancu pred spravodlivosťou ujsť, Dieter mal viditeľne súvisiace zranenia a Oto

sa chvastal pred miestnymi. Následne si podsvetie všimlo, že spustošená oblasť nie je súvislá, lebo Oto odpaľoval výbušniny na východe a Dieter na západe. Pre úplnosť teda vyhodili do vzduchu zástavbu medzi nimi v mieste, kde na to stačila jediná budova – vežatý hostinec U neskrotného diviaka. Alebo to mohla byť iba dobrá zámienka.

Chýrny hostinec ako stál a ležal za hodnotu povesti predal hostinský prostredníctvom zložitej sústavy dohôd obchodníkovi s pohostinstvami a inými nehnuteľnosťami z ďalekej cudziny. Keď prichádzal na miesto činu o rok neskôr, mal v úmysle uviesť po prestávke svoj nový hostinec do prevádzky a nechať ho spravovať niekoho z mesta. S pobúrením sa dozvedel, že hostinec je nepoužiteľná troska. Pripadal si len čiastočne zruinovaný, veď jeho obrovská krčma na pobreží – srdcová záležitosť, tam začínal – stále dobre vynášala. Ale prišiel o šancu nadobudnúť U neskrotného diviaka užitočné väzby s vyššou spoločnosťou.

Keďže na pôde uprostred mesta nemalo zmysel stavať nič, čo by tam normálne patrilo – trhovisko už prevkitalo o pár ulíc ďalej a mnohú inú vybavenosť obyvatelia neočakávali – rozhodol sa zriadiť na mieste niekdajšieho hostinca malý háj a kolumbárium. Aby nový prichodzí ukázal, že sa v miestnych pomeroch vyzná, na dôstojnom mieste naproti vchodu umiestnil symbolickú pamätnú tabuľu venovanú Jurajovi Tabernovi.

Úloha 6

V háji rastie mnoho stromov a iných rastlín, ktoré pokrývajú štvorec TRAP. Na uhlopriečke AT sa nachádza bod S iný ako jej stred. Ortocentrum (priesečník výšok) trojuholníka STR označme L a trojuholníka RAS ako N. Dokážte, že altán ALTN je kosoštvorec.

Tak ako iné trosky aj hostinec sa však časom pozviechal. Prešli stáročia a budovy z kameňa pomali začali nahrádzať moderné opachy z betónu a skla. Na mieste niekdajšej dediny, v ktorej stál hostinec, vyrástlo veľkomesto, to však bolo v akejsi vojne zničené, neskôr znovu postavené, len aby ho ešte v nezmyselnejšej vojne zničil niekto iný. Tak ako sa menili majitelia, menila sa aj klientela hostinca, no aj dnes sa v ňom stále dala nájsť najlepšia pečená baranina v celom kraji. To bolo spôsobené aj tým, že po nekonečných potýčkach a bitkách sa celé okolie premenilo na nehostinnú pustatinu, na ktorej pri križovatke dvoch posledných obchodných ciest čupela stará kamenná budova, hostinec U neskrotného diviaka.

Autori úloh: Jakub Genči, Žaneta Semanišínová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová



- Názov:** MATIK – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • Marec 2019 • Letný semester 32. ročníka
- Internet:** matik.strom.sk
- E-mail:** matik@strom.sk
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje