

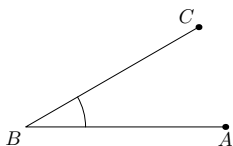
Edukačné okienko

Uhly

Predstavte si obyčajné ručičkové hodinky s dvoma ručičkami – hodinovou a minútovou. Tieto ručičky sa pohybujú rôznymi rýchlosťami, takže počas dňa sa nachádzajú v rôznych vzájomných polohách. Niekedy sa napríklad prekrývajú a niekedy ukazujú úplne opačným smerom. Chceli by sme vedieť nejako popísať, v akej polohe sú tieto ručičky. Nevieme zistiť ich vzdialenosť, keďže ručičky majú v strede hodiniek spoločný začiatok a potom sa od seba postupne vzdalujú. Ale môžeme si všimnúť, že ručičky stále rozdelia hodinky na dve časti. Budeme hovoriť, že ručičky vytvárajú uhol, pričom uhol je tá plocha medzi ručičkami. Keďže ručičky rozdelili hodinky na dve časti, tak vidíme že ručičky vytvorili dva uhly, ktoré môžu mať inú veľkosť. My sa však budeme zaoberať menším z týchto dvoch uhlov.

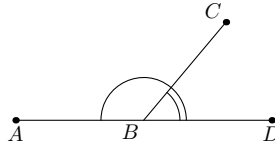
Uhol má svoju veľkosť a jednotku, ktorú používame, keď ju chceme určiť, nazývame **stupne**, tak ako napríklad používame metre, keď chceme zistiť dĺžku. Keď chceme zapísať 1 stupeň, napíšeme to ako 1° . Veľkosť uhla, ktorý tvoria celé hodinky (nerozdelené ručičkami) je 360° . Takže keď za hodinu minútová ručička prejde celý kruh, tak môžeme povedať, že prešla 360° . Keď ručičky rozdelia hodinky na dve presne rovnaké časti, tak oba uhly, ktoré vytvárajú majú veľkosť 180° . Vtedy tieto ručičky ležia na jednej priamke a takému uhlu preto hovoríme aj **priamy uhol**.

Uhly nevytvárajú len ručičky na hodinkách, ale aj úsečky, ktoré majú spoločný bod, aj priamky, ktoré sa pretínajú. Uhly vieme nájsť aj v rôznych útvaroch, napríklad štvorec má 4 uhly, jeden pri každom svojom vrchole. Uhol na obrázku vyznačujeme oblúčikom. Uhly budeme nazývať pomocou troch bodov: prvý bude bod na jednej z priamok, druhý bude bod, ktorý majú spoločný a tretí bude bod na druhej priamke (vždy to pomenujeme tak, aby spoločný bod priamok bol zapísaný v strede nášho uhla). Na obrázku vidíme uhol ABC (alebo aj CBA).

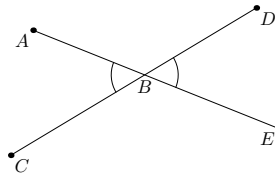


Teraz sa pozrime na nejaké základné fakty, čo platia o uhloch:

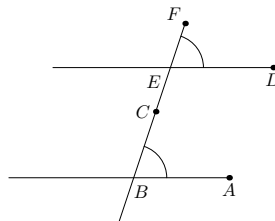
1. Vyznačené uhly na obrázku nazývame **susedné**. Platí pre nich, že ich súčet je 180° , lebo dokopy vytvárajú priamy uhol ($|\angle ABC| + |\angle CBD| = 180^\circ$).



2. Uhly na obrázku nazývame **vrcholové** a platí pre nich, že majú rovnakú veľkosť ($|\angle ABC| = |\angle DBE|$).



3. Keď máme dve rovnobežné priamky, ktoré pretína tretia priamka tak ako na obrázku, tak takéto uhly nazývame **súhlasné**. Tieto uhly majú rovnakú veľkosť ($|\angle CBA| = |\angle FED|$).



Teraz sa pozrime, ako vieme použiť tieto znalosti v úlohe.

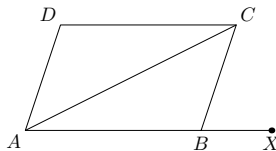
Návodná úloha 1

V rovnobežníku $ABCD$ je strana AB rovnobežná so stranou CD a strana BC je rovnobežná so stranou AD . Aká je veľkosť uhla ABC , ak viete, že veľkosť uhla CAD je 42° a veľkosť uhla CAD je dvakrát väčšia ako veľkosť uhla BAC . Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.

Riešenie návodnej úlohy 1

Rovnobežník je štvoruholník, ktorého obe dvojice protilahlých strán majú rovnakú veľkosť a sú rovnobežné. Keďže vieme, že uhol CAD je dvakrát väčší ako uhol BAC a uhol CAD má veľkosť 42° , tak uhol BAC má veľkosť 21° .

Uhly BAC a CAD spolu vytvárajú uhol BAD . Takže uhol BAD má veľkosť $42^\circ + 21^\circ = 63^\circ$. Teraz si môžeme predĺžiť úsečku AB a vyznačiť si bod X tak, aby nám tam vznikol uhol CBX . Všimnime si, že uhly BAD a XBC sú súhlasné, lebo úsečky AD a BC sú rovnobežné a úsečka AX ich pretína. Preto veľkosť uhla XBC je rovnaká ako veľkosť uhla BAD , teda 63° . Nakoniec použijeme to, že uhly ABC a XBC sú susedné, lebo spolu vytvárajú priamy uhol. Preto ich súčet musí byť 180° . Veľkosť uhla XBC poznáme, preto ľahko dopočítame veľkosť uhla ABC : $180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.



Pri riešení tejto úlohy sme si mohli všimnúť, že súčet uhlov ABC a BAD je 180° . Toto platí pre všetky rovnobežníky, takisto ako to, že protilahlé uhly v rovnobežníku majú rovnakú veľkosť. Môžete sa zamyslieť, prečo to vždy platí. Ďalšia vec, ktorá sa často používa v úlohách je fakt, že **súčet uhlov v každom trojuholníku je 180°** . Čo sa týka trojuholníkov, tak poznáme aj dva špeciálne typy, v ktorých platia isté fakty. **Rovnostranný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého všetky strany sú rovnako dlhé a všetky uhly majú rovnakú veľkosť (Akú?). **Rovnoramenný trojuholník** je taký trojuholník, ktorého niektoré dve strany majú rovnakú veľkosť. Potom aj dva uhly, ktoré zvierajú tieto strany s treťou stranou (nazývame ju základňa), majú rovnakú veľkosť. Pozrime sa, ako tieto znalosti môžeme použiť v úlohe.

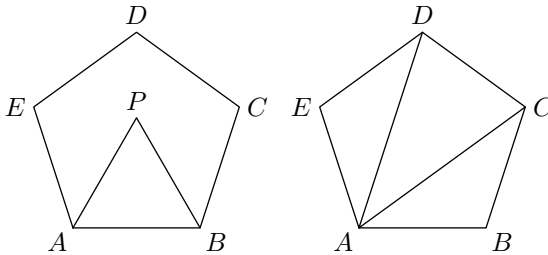
Návodná úloha 2

Je daný pravidelný päťuholník $ABCDE$ a v ňom rovnostranný trojuholník ABP . Aký veľký je uhol PBC ? Odporúčame vám skúsiť si najprv úlohu vyriešiť samostatne a až potom si prečítať jej riešenie.

Riešenie návodnej úlohy 2

Keďže vieme, že súčet všetkých uhlov v trojuholníku je 180° a uhly v rovnostrannom trojuholníku sú rovnako veľké, tak každý uhol v rovnostrannom trojuholníku musí mať veľkosť $180 : 3 = 60^\circ$. Preto každý uhol v trojuholníku ABP je 60° . Všimnime si, že uhol ABP a uhol PBC spolu vytvárajú uhol ABC , čo je uhol v pravidelnom päťuholníku. Pre pravidelný päťuholník (tak ako aj pre každý pravidelný mnohoúhelník) platí, že všetky jeho strany sú rovnako dlhé a všetky uhly rovnako veľké. Päťuholník si vieme rozdeliť na tri trojuholníky, ktorých všetky vrcholy sú vrcholmi päťuholníka. Všimnime si, že keď spočítame

všetky uhly týchto trojuholníkov, tak sme vlastne spočítali všetkých 5 uhlov päťuholníka. No ale keďže súčet uhlov v trojuholníku je 180° , tak súčet uhlov v 3 trojuholníkoch bude $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$. Preto súčet 5 uhlov päťuholníka je 540° . Keďže tieto uhly sú rovnako veľké, tak jeden uhol pravidelného päťuholníka má veľkosť $540^\circ : 5 = 108^\circ$. Teda uhol ABC má veľkosť 108° . Teraz už vieme vypočítať veľkosť uhla PBC ako rozdiel uhlov ABC a ABP , lebo ABP a PBC spolu vytvárajú uhol ABC . Veľkosť uhla PBC je $108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$.



Podobným postupom si vieme vypočítať súčet uhlov v hocijakom mnohoúhľovníku, stačí keď si ho rozdelíme na trojuholníky, ktorých vrcholy sú vrcholmi mnohoúhľovníka.

Posledná vec, ktorú si spomenieme je os uhla. **Os uhla** ABC je priamka, ktorá rozdeľuje uhol ABC na dva rovnako veľké uhly. Do obrázku sa väčšinou zakresľuje prerušovanou čiarou.

